

<中学校3年生>

数と式（式の展開と因数分解）

共通因数に気をつけて因数分解しよう

年 組 番 名前

1 次の式を因数分解 下さい。

(1) $ax+bx$

(2) $2ax-8ay$

(3) x^2-y^2

(4) x^2-25

(5) x^2+4x+4

(6) $x^2-14x+49$

(7) x^2+5x+6

(8) $x^2-2x-15$

2 次の式を因数分解 下さい。

(1) $2ax-10a$

(2) $3x^2y+15xy^2-12xy$

(3) $25a^2-49b^2$

(4) $x^2y^2-\frac{1}{9}$

(5) $9x^2+6x+1$

(6) $a^2-\frac{2}{3}a+\frac{1}{9}$

(7) $x^2-15x-100$

(8) $x^2-11xy+18y^2$

3 次の式を因数分解 下さい。

(1) $4x^2 - 36y^2$

(2) $x^2y - 2xy - 15y$

(3) $18x^3y - 24x^2y + 8xy$

4 次の式を因数分解 下さい。

(1) $(x+5)a + (x+5)b$

(2) $x(m+1) - (m+1)$

(3) $(x+1)^2 - 10(x+1) + 25$

(4) $(a-1)x + (1-a)y$

(5) $(a-3)^2 - 81b^2$

(6) $xy + 4y + x + 4$

(7) $x^2 - 8x + 16 - y^2$

(8) $a^2 - b^2 - 4b - 4$

数と式（式の展開と因数分解）

共通因数に気をつけて因数分解しよう

年 組 番 名前

1 次の式を因数分解 下さい。

- (1) $ax+bx$ (2) $2ax-8ay$ (3) x^2-y^2 (4) x^2-25
(5) x^2+4x+4 (6) $x^2-14x+49$ (7) x^2+5x+6 (8) $x^2-2x-15$

- (1) $x(a+b)$ (2) $2a(x-4y)$ (3) $(x+y)(x-y)$ (4) $(x+5)(x-5)$
(5) $(x+2)^2$ (6) $(x-7)^2$ (7) $(x+2)(x+3)$ (8) $(x-5)(x+3)$

【ここをチェック】 共通因数、公式など因数分解の基本を確認することができましたか。

2 次の式を因数分解 下さい。

- (1) $2ax-10a$ (2) $3x^2y+15xy^2-12xy$ (3) $25a^2-49b^2$ (4) $x^2y^2-\frac{1}{9}$
(5) $9x^2+6x+1$ (6) $a^2-\frac{2}{3}a+\frac{1}{9}$ (7) $x^2-15x-100$ (8) $x^2-11xy+18y^2$

- (1) $2a(x-5)$ (2) $3xy(x+5y-4)$ (3) $(5a+7b)(5a-7b)$
(4) $\left(xy+\frac{1}{3}\right)\left(xy-\frac{1}{3}\right)$ (5) $(3x+1)^2$ (6) $\left(a-\frac{1}{3}\right)^2$
(7) $(x-20)(x+5)$ (8) $(x-9y)(x-2y)$

【ここをチェック】 分数や文字の増えた因数分解においても使う公式や共通因数を見つけることができましたか。

3 次の式を因数分解 下さい。

(1) $4x^2 - 36y^2$

(2) $x^2y - 2xy - 15y$

(3) $18x^3y - 24x^2y + 8xy$

(1) $4(x^2 - 9y^2) = 4(x+3y)(x-3y)$

(2) $y(x^2 - 2x - 15) = y(x-5)(x+3)$

(3) $2xy(9x^2 - 12x + 4) = 2xy(3x-2)^2$

【ここをチェック】 因数分解はまず共通因数があるかを確認し、次に公式が使えるかを確認する。手順を確認することができましたか。

4 次の式を因数分解 下さい。

(1) $(x+5)a + (x+5)b$

(2) $x(m+1) - (m+1)$

(3) $(x+1)^2 - 10(x+1) + 25$

(4) $(a-1)x + (1-a)y$

(5) $(a-3)^2 - 81b^2$

(6) $xy + 4y + x + 4$

(7) $x^2 - 8x + 16 - y^2$

(8) $a^2 - b^2 - 4b - 4$

(1) $x+5 = A$ とおくと
 $Aa + Ab = A(a+b)$
 $= (x+5)(a+b)$

(2) $m+1 = A$ とおくと
 $xA - A = A(x-1)$
 $= (m+1)(x-1)$

(3) $x+1 = A$ とおくと
 $A^2 - 10A + 25 = (A-5)^2$
 $= ((x+1)-5)^2$
 $= (x-4)^2$

(4) $(a-1)x - (a-1)y$

(5) $a-3 = A$ とおくと

(6) $y(x+4) + x + 4$

$a-1 = A$ とおくと

$A^2 - 81b^2 = (A+9b)(A-9b)$

$x+4 = A$ とおくと

$Ax - Ay = A(x-y)$

$= ((a-3)+9b)((a-3)-9b)$

$yA + A = A(y+1)$

$= (a-1)(x-y)$

$= (a+9b-3)(a-9b-3)$

$= (x+4)(y+1)$

(7) $(x-4)^2 - y^2$

(8) $a^2 - (b^2 + 4b + 4)$

$x-4 = A$ とおくと

$= a^2 - (b+2)^2$

$A^2 - y^2 = (A+y)(A-y)$

$b+2 = A$ とおくと

$= ((x-4)+y)((x-4)-y)$

$a^2 - A^2 = (a+A)(a-A)$

$= (x+y-4)(x-y-4)$

$= (a+(b+2))(a-(b+2))$

$= (a+b+2)(a-b-2)$

【ここをチェック】 式の共通部分な部分を1つの文字に置き換え、因数分解することができましたか。

<中学校3年生>

数と式（式の展開と因数分解）

乗法や因数分解の公式を利用した計算を考えよう

年 組 番 名前

1 展開や因数分解を利用して、計算問題を工夫して求めなさい。

（1）次の式を因数分解の公式を使って計算しなさい。

① $35^2 - 25^2$

② $68^2 - 32^2$

③ $47^2 - 46^2$

（2）次の式を乗法の公式を使って計算しなさい。

① 101^2

② 98^2

③ 53^2

(3) 次の式を乗法の展開の公式を使って計算しなさい。

① 47×53

② 102×98

③ 204×196

(4) $x=78$ 、 $y=38$ のとき、 $x^2 - 2xy + y^2$ の値を因数分解の公式を使って求めなさい。

数と式（式の展開と因数分解）

乗法や因数分解の公式を利用した計算を考えよう

年 組 番 名前

1 展開や因数分解を利用して、計算問題を工夫して求めなさい。

(1) 次の式を因数分解の公式を使って計算しなさい。

① $35^2 - 25^2$

② $68^2 - 32^2$

③ $47^2 - 46^2$

① $35^2 - 25^2 = (35 + 25)(35 - 25) = 60 \times 10 = 600$

② $68^2 - 32^2 = (68 + 32)(68 - 32) = 100 \times 36 = 3600$

③ $47^2 - 46^2 = (47 + 46)(47 - 46) = 93 \times 1 = 93$

【ここをチェック】

・ 因数分解の公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ を利用してできましたか。

(2) 次の式を乗法の公式を使って計算しなさい。

① 101^2

② 98^2

③ 53^2

① $101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2$
 $= 10000 + 200 + 1 = 10201$

② $98^2 = (100 - 2)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2$
 $= 10000 - 400 + 4 = 9604$

③ $53^2 = (50 + 3)^2 = 50^2 + 2 \times 50 \times 3 + 3^2$
 $= 2500 + 300 + 9 = 2809$

【ここをチェック】

・ 乗法の公式 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ や $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ を利用してできましたか。

・ 100 や 50 など2乗しやすい数字をうまく利用できましたか。

(3) 次の式を乗法の展開の公式を使って計算しなさい。

① 47×53

② 102×98

③ 204×196

① $47 \times 53 = (50 - 3)(50 + 3) = 50^2 - 3^2 = 2500 - 9 = 2491$

② $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2) = 100^2 - 2^2 = 10000 - 4 = 9996$

③ $204 \times 196 = (200 + 4)(200 - 4) = 200^2 - 4^2 = 40000 - 16 = 39984$

【ここをチェック】

- ・ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ の展開を利用してできましたか。
- ・ 50 や 200 や 100 などかけ算がしやすい数字をうまく利用できましたか。

(4) $x = 78$ 、 $y = 38$ のとき、 $x^2 - 2xy + y^2$ の値を因数分解の公式を使って求めなさい。

$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$ に因数分解できる。

$x = 78$ 、 $y = 38$ を代入すると、

$(x - y)^2 = (78 - 38)^2$

$= 40^2$

$= 1600$

【ここをチェック】

- ・ 先に $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$ に因数分解してから代入できましたか。

数と式（式の展開と因数分解）

かけ算を工夫して計算しよう

年 組 番 名前

- 1 Aさんは、90～99までの整数のかけ算を筆算とは異なる計算で求める方法を考えました。

Aさんが見つけた方法

(例) 98×97 の場合

手順① かけられる数、かける数に、たして100になる数をそれぞれ求める。

$$\begin{array}{r} \boxed{2} \qquad \boxed{3} \\ 98 \times 97 = \square\square\square\square \quad (\text{答えは4ケタの整数}) \end{array}$$

手順② 100から手順①で求めた2つの数の和をひき、その数を上2桁に書く。

$$\begin{array}{r} \boxed{2} \quad + \quad \boxed{3} \qquad 100 - (2 + 3) = 95 \\ 98 \times 97 = \underline{95}\square\square \end{array}$$

手順③ 手順①で求めた2つの数の積を求め、下2ケタに書く。

$$\begin{array}{r} \boxed{2} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{3} \qquad 2 \times 3 = \underline{06} \quad (\text{十の位は0とする}) \\ 98 \times 97 = 95 \underline{06} \end{array}$$

- (1) 90～99までの2つの整数を $100-x$ 、 $100-y$ として、Aさんが考えた計算方法が正しい答えを求められることを説明しなさい。

数と式（式の展開と因数分解）

かけ算を工夫して計算しよう

年 組 番 名前

- 1 Aさんは、90～99までの整数のかけ算を筆算とは異なる計算で求める方法を考えました。

Aさんが見つけた方法

(例) 98×97 の場合

手順① かけられる数、かける数に、たして100になる数をそれぞれ求める。

$$\begin{array}{cc} \boxed{2} & \boxed{3} \\ 98 & \times & 97 & = & \square\square\square\square & (\text{答えは4ケタの整数}) \end{array}$$

手順② 100から手順①で求めた2つの数の和をひき、その数を上2桁に書く。

$$\begin{array}{cc} \boxed{2} & + & \boxed{3} & & 100 - (2 + 3) = 95 \\ 98 & \times & 97 & = & \underline{95}\square\square \end{array}$$

手順③ 手順①で求めた2つの数の積を求め、下2ケタに書く。

$$\begin{array}{ccc} \boxed{2} & \times & \boxed{3} & & 2 \times 3 = \underline{06} \text{ (十の位は0とする)} \\ 98 & \times & 97 & = & 95\underline{06} \end{array}$$

- (1) 90～99までの2つの整数を $100-x$ 、 $100-y$ として、Aさんが考えた計算方法が正しい答えを求められることを説明しなさい。

2つの数のかけ算の積は、

$$\begin{aligned} & (100-x)(100-y) \\ &= 100^2 - 100x - 100y + xy \\ &= 100^2 - 100(x+y) + xy \\ &= 100\{100-(x+y)\} + xy \text{ となる。} \end{aligned}$$

$100\{100-(x+y)\}$ より上2桁は、 $100-(x+y)$ で表され、
 xy より下2桁は、 xy で表されている。

したがって、

上2桁は100から x 、 y の和を引いた数、下2桁は x 、 y をかけた数で表される。

【ここをチェック】 $100\{100-(x+y)\} + xy$ で、100をかけられている $100-(x+y)$ が上2桁の数であることに気づくことができましたか。

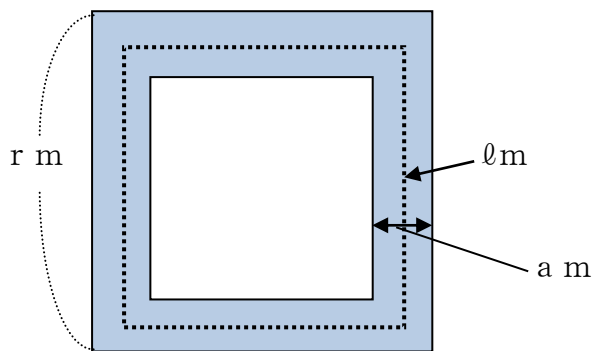
< 中学校 3 年生 >

数と式（式の展開と因数分解）

式の計算を利用して、図形の面積を考えよう

年 組 番 名前

【はづきさんの考え】は、授業で学習したことを利用したものです。下のように大きい正方形のちょうど真ん中に小さい正方形を置き、大きい方の正方形の 1 辺が r m、大きい方の正方形と小さい方の正方形の間の道の幅を a m とします。その道の真ん中を通る線の長さを ℓ m とし、道の面積を求めます。すると、道の面積は、 a m と ℓ m の積で表すことができます。では、下の説明を完成させましょう。



説明

道の面積 S は、次のように計算できる。

$S =$

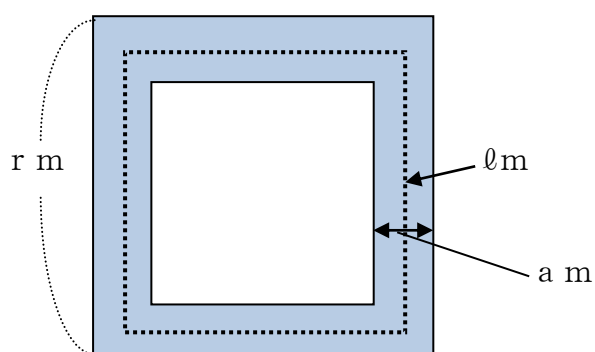
色のついた部分の面積 S m² は、 a m と ℓ m の積で求められることがわかります。

数と式（式の展開と因数分解）

式の計算を利用して、図形の面積を考えよう

年 組 番 名前

【はづきさんの考え】は、授業で学習したことを利用したものです。下のよう大きい正方形のちょうど真ん中に小さい正方形を置き、大きい方の正方形の1辺が r m、大きい方の正方形と小さい方の正方形の間の道の幅を a m とします。その道の真ん中を通る線の長さを ℓ m とし、道の面積を求めます。すると、道の面積は、 a m と ℓ m の積で表すことができます。では、下の説明を完成させましょう。



説明

道の面積 S は、次のように計算できる。

$$\begin{aligned} S &= r^2 - (r - 2a)^2 = r^2 - (r^2 - 4ar + 4a^2) \\ &= r^2 - r^2 + 4ar - 4a^2 = 4ar - 4a^2 \\ &= 4a(r - a) \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

真ん中を通る線の長さ ℓ は、1辺 $(r - a)$ m の4倍だから

$$\ell = 4(r - a)$$

だから、

$$a\ell = a \times 4(r - a) = 4a(r - a) \cdots \textcircled{2}$$

よって、 $S = a\ell$ となる。

色のついた部分の面積 S m² は、 a m と ℓ m の積で求められることがわかります。

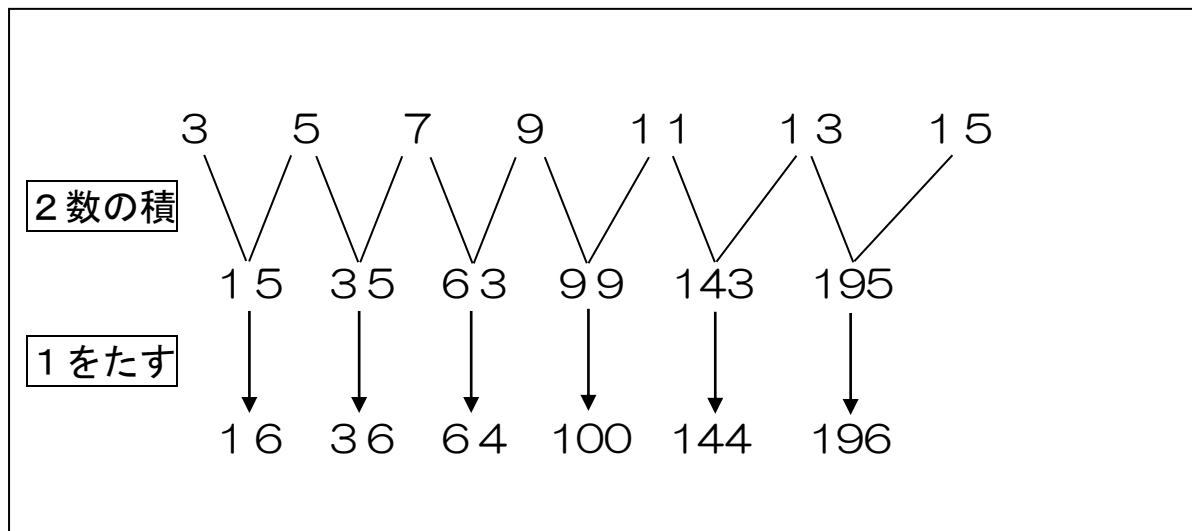
【ここをチェック】

- ・まず、面積 S を文字を用いて表してみよう。
- ・面積 S を a と ℓ の文字だけで表すにはどのようにすればいいか考えよう。

数と式（式の展開と因数分解）

奇数を順に並べ、となりあう 2 数の積に 1 をたした数を考えよう

年 組 番 名前



(1) さつきさんは、奇数を順に並べて、となりあう 2 数の積に 1 をたすと、あることに気づきました。奇数を順に並べ、となりあう 2 数の積に 1 をたした数は、どんな数と気づいたか、次のア～ウのうち、最も当てはまるものを記号で答えましょう。

ア 奇数になる。

イ 8 の倍数になる。

ウ 偶数の 2 乗になる。

答え

(2) 次にさつきさんは、気づいたことを説明しようと考えました。考えた説明を下の□に書き入れて、説明を完成させましょう。

説明

n を整数とすると、連続する 2 つの奇数は

と

と表される。

これらの積に 1 をたした式は、

と表されるから、文字式を計算すると、

したがって、

は偶数だから、

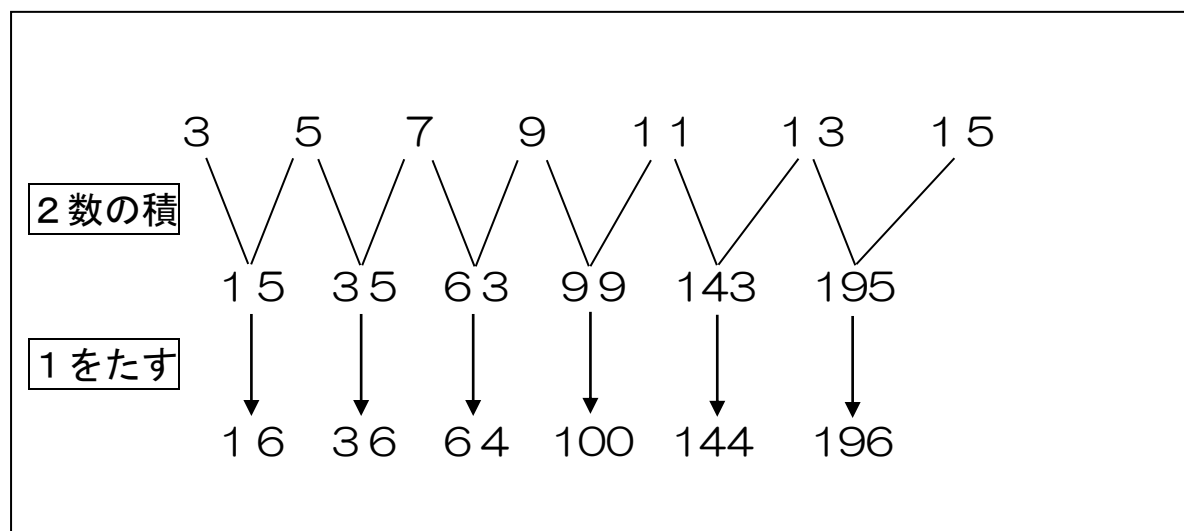
連続する 2 つの奇数の積に 1 たすと、

になる。

数と式（式の展開と因数分解）

奇数を順に並べ、となりあう 2 数の積に 1 をたした数を考えよう

年 組 番 名前



(1) さつきさんは、奇数を順に並べて、となりあう 2 数の積に 1 をたすと、あることに気づきました。奇数を順に並べ、となりあう 2 数の積に 1 をたした数は、どんな数と気づいたか、次のア～ウのうち、最も当てはまるものを記号で答えましょう。

ア 奇数になる。

イ 8 の倍数になる。

ウ 偶数の 2 乗になる。

答え **ウ**

(2) 次にさつきさんは、気づいたことを説明しようと考えました。考えた説明を下の□に書き入れて、説明を完成させましょう。

説明

n を整数とすると、連続する 2 つの奇数は $2n - 1$ と $2n + 1$ と表される。

これらの積に 1 をたした式は、

$$(2n - 1) \times (2n + 1) + 1$$

と表されるから、文字式を計算すると、

$$\begin{aligned}(2n - 1) \times (2n + 1) + 1 &= 4n^2 - 1 + 1 \\ &= 4n^2 \\ &= (2n)^2\end{aligned}$$

したがって、 $2n$ は偶数だから、

連続する 2 つの奇数の積に 1 たすと、 $偶数の 2 乗$ になる。