

数学 II スクリーニング 第3回 報告課題3

NHK 高校講座 参考動画

第8回 等式・不等式の証明

https://www2.nhk.or.jp/kokokoza/watch/?das_id=D0022140212_00000#in=163&out=534

A=B を証明する方法の例

$$A=B$$

$$A=\dots\dots=C$$

→ 計算していったらCに

$$B=\dots\dots=C$$

→ 計算していったらCに

A=Bが証明された!

$$A=B$$

$$A-B=\dots\dots$$

$$=0$$

$$\begin{aligned}(x+1)^2-2x &= x^2+2x+1-2x \\ &= x^2+1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x-1)^2+2x &= x^2-2x+1+2x \\ &= x^2+1\end{aligned}$$

$x+y=1$ のとき

等式 $x^2+y=y^2+x$ が

成り立つことを証明しなさい

$$y=1-x$$

$$(\text{左辺})=x^2+(1-x)=x^2-x+1$$

$$\begin{aligned}(\text{右辺}) &= (1-x)^2+x \\ &= 1-2x+x^2+x \\ &= x^2-x+1\end{aligned}$$

(左辺)=(右辺)となるから

$x^2+y=y^2+x$ が成り立つ

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ のとき

$$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

が成り立つことを証明しなさい
(ただし $b \neq 0, d \neq 0$)

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \text{ とおく}$$

$$a=bk, c=dk$$

$$\frac{a-b}{b}=\frac{bk-b}{b}=\frac{b(k-1)}{b}=k-1$$

$$\frac{c-d}{d}=\frac{dk-d}{d}=\frac{d(k-1)}{d}=k-1$$

$$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d} \text{ が成り立つ}$$

A=B を証明する方法は他にも色々あります。

- チャプター3 不等式の証明

https://www2.nhk.or.jp/kokokoza/watch/?das_id=D0022140212_00000#in=534&out=736

不等式 $x^2+1 \geq 2x$ が成り立つことを証明

$$(\text{左辺})-(\text{右辺})=(x^2+1)-2x=x^2-2x+1=(x-1)^2$$

$$(\text{実数})^2 \geq 0 \text{ であるから}$$

$$(x-1)^2 \geq 0$$

※(左辺)-(右辺)=($x-1$)²なので

(左辺)=(右辺)となるような x の値は $x=1$

- チャプター4 相加平均と相乗平均の大小関係

https://www2.nhk.or.jp/kokokoza/watch/?das_id=D0022140212_00000#in=736&out=1079

$$\frac{a+b}{2} \text{ を } a \text{ と } b \text{ の 相加平均}$$

$$\sqrt{ab} \text{ を } a \text{ と } b \text{ の 相乗平均}$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \text{ が成立する}$$

等号が成り立つのは

$$\sqrt{a}-\sqrt{b}=0$$

すなわち $a=b$ のとき

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2}$$

$$= \frac{(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 - 2\sqrt{ab}}{2}$$

$$= \frac{(\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2}{2}$$

$$= \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0$$

$a > 0$ のとき 不等式 $a + \frac{1}{a} \geq 2$ が成り立つことを証明しなさい

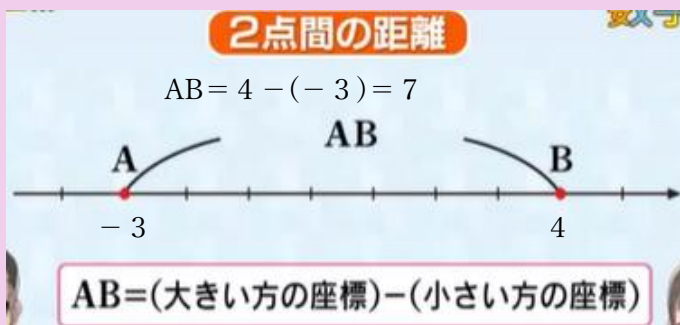
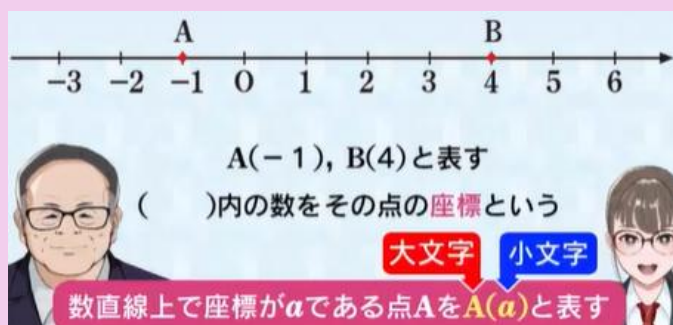
$$a \times \frac{1}{a} = \text{定数}$$

となることがこの式の特徴

第9回 直線上の点の座標

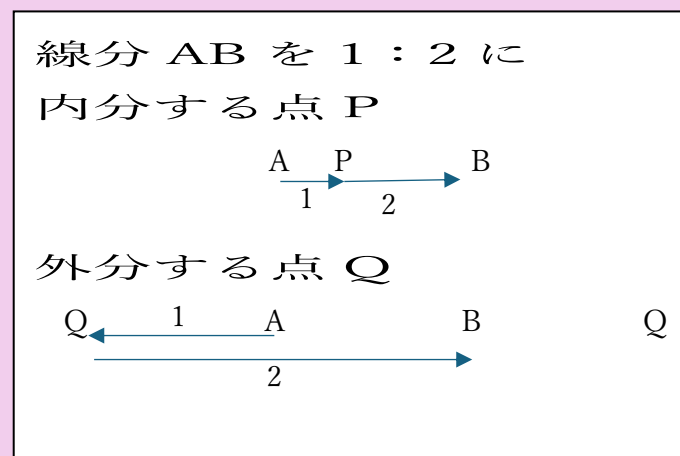
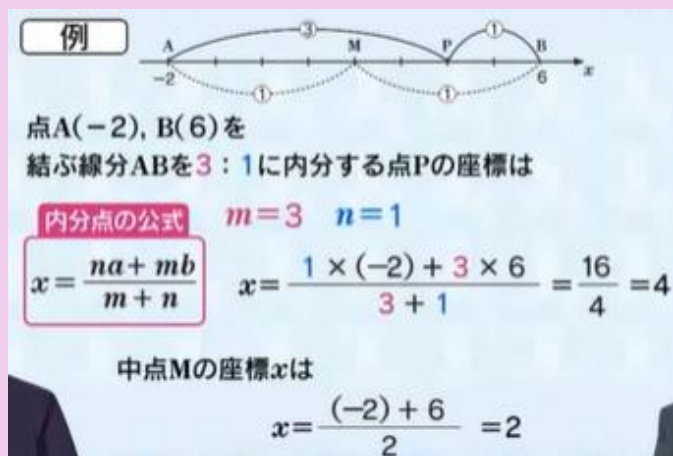
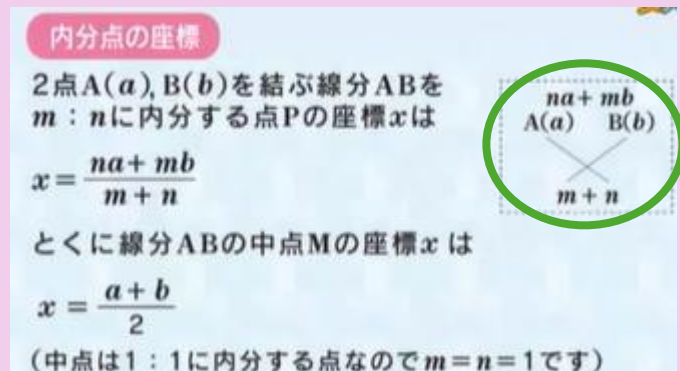
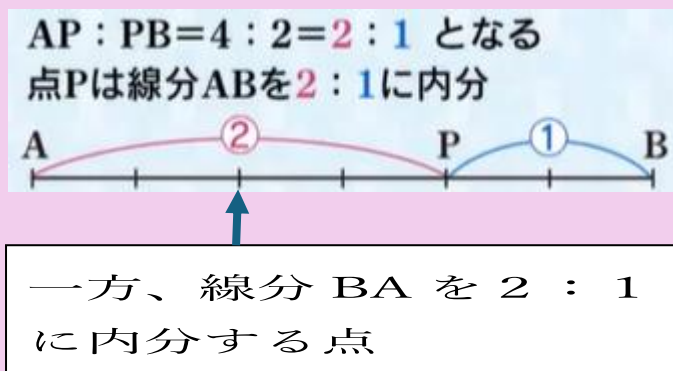
• チャプター2 数直線と座標

https://www2.nhk.or.jp/kokokoza/watch/?das_id=D0022140213_00000#in=66&out=312



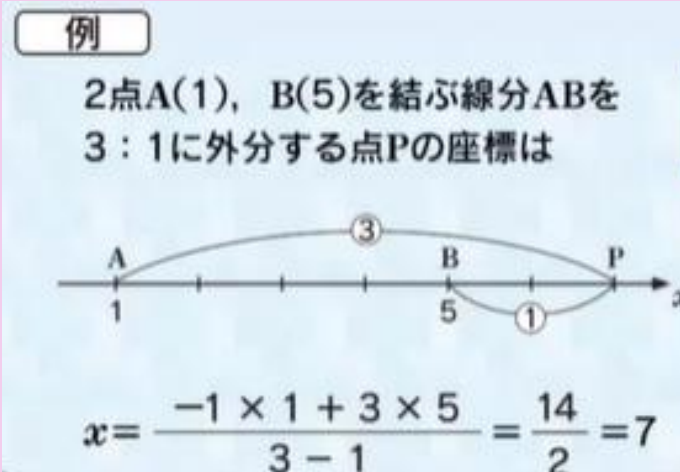
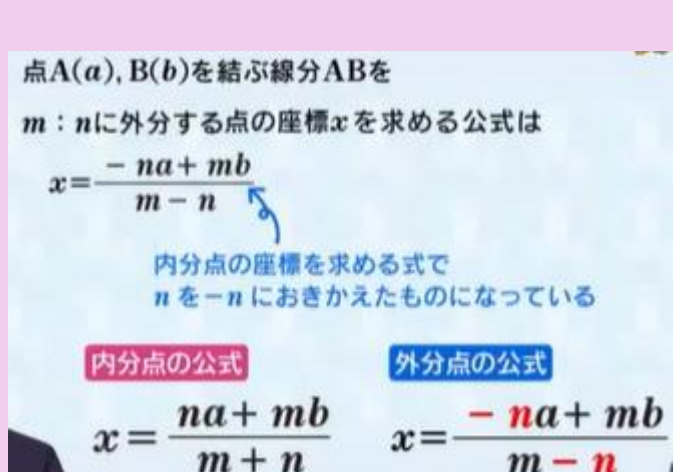
• チャプター3 内分点の座標とその求め方

https://www2.nhk.or.jp/kokokoza/watch/?das_id=D0022140213_00000#in=312&out=702



• チャプター4 外分点の座標とその求め方

https://www2.nhk.or.jp/kokokoza/watch/?das_id=D0022140213_00000#in=701&out=1030



第10回 平面上の点の座標

- チャプター3 平面上の内分点の座標

https://www2.nhk.or.jp/kokokoza/watch/?das_id=D0022140214_00000#in=597&out=969

内分点の座標

2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ を結ぶ
線分ABを $m:n$ に内分する点の座標は

$$\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n} \right)$$

とくに 中点の座標は

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

例題 2点 $A(-2, -1)$, $B(2, 7)$ を結ぶ
線分ABを3:1に内分する
点Pの座標 (x, y) は?

$$x = \frac{1 \times (-2) + 3 \times 2}{3 + 1} = \frac{4}{4} = 1$$

$$y = \frac{1 \times (-1) + 3 \times 7}{3 + 1} = \frac{20}{4} = 5$$

https://www2.nhk.or.jp/kokokoza/watch/?das_id=D0022140214_00000#in=969&out=1141

- チャプター3 平面上の内分点の座標

平面上において

2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ を結ぶ
線分ABを $m:n$ に外分する点Pの座標は

$$\left(\frac{-nx_1 + mx_2}{m-n}, \frac{-ny_1 + my_2}{m-n} \right)$$

例題 2点 $A(-1, 3)$, $B(4, 5)$ を結ぶ線分ABを
2:1に外分する点Pのx座標とy座標は?

$$x = \frac{-1 \times (-1) + 2 \times 4}{2 - 1} = 9$$

$$y = \frac{-1 \times 3 + 2 \times 5}{2 - 1} = 7$$

よって $P(9, 7)$

その他参考動画

理屈が分かった後は覚え
方を工夫する。
例えば

1 $\frac{n}{m+n} + m$

2 $\frac{n \times x_1}{m+n} + m \times x_2$

3 これを計算する。

Y座標も同様。

この問題でやってみよう

1 $\frac{1}{3+1} + 3$

2 $x = \frac{1 \times (-2)}{3+1} + 3 \times 2$

3 これを計算する。

Y座標も同様。

理屈が分かった後は覚え
方を工夫する。
例えば

1 $\frac{-n}{m-n} + m$

2 $\frac{-n \times x_1}{m-n} + m \times x_2$

3 これを計算する。

y座標も同様。

この問題でやってみよう

1 $\frac{-1}{2-1} + 2$

2 $x = \frac{-1 \times (-1)}{2-1} + 2 \times 4$

3 これを計算する。

Y座標も同様。