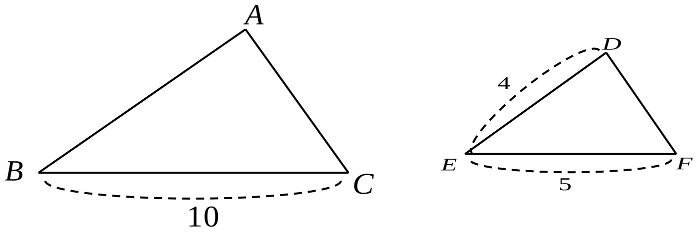
数学Ⅰ(後)

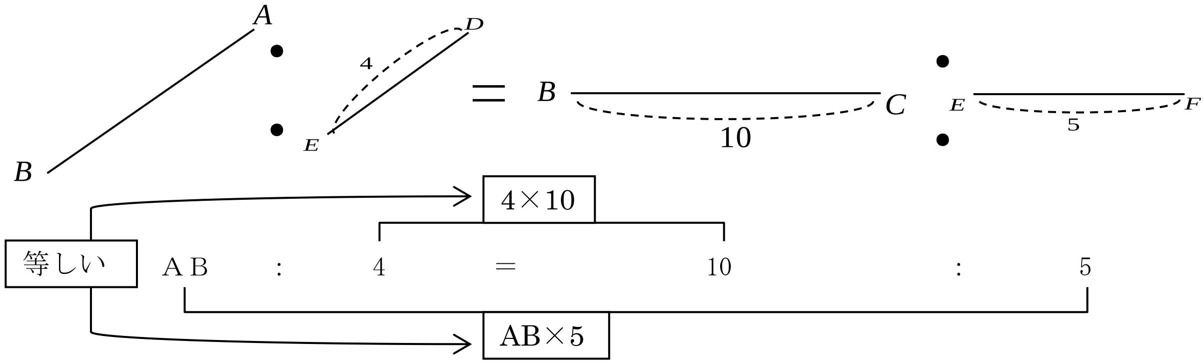
学習書

教科書　２　東書　数Ⅰ　704 １０４ﾍﾟｰｼﾞ～

教科書 p104 三角形

例 1 の解説





よって、5×AB＝4×10＝40　これを解いて AB=8

（5×8　　　　　＝40　ですから）

教科書 p105 三平方の定理

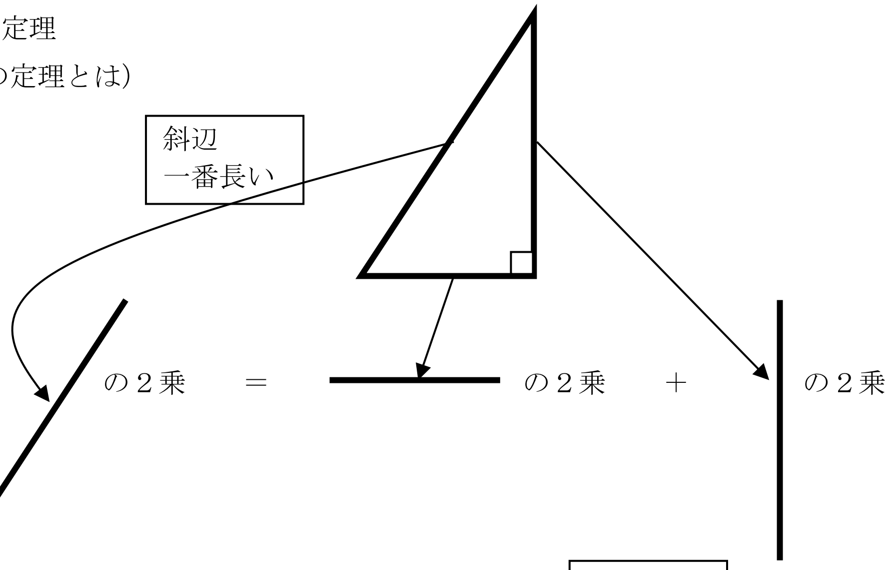
例 2 の解説（三平方の定理とは）

直角三角形の

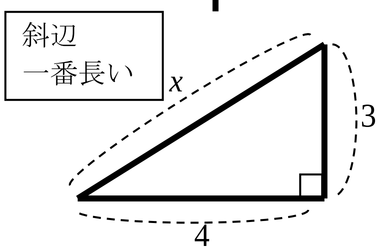
斜辺

と

残りの 2 辺について、



次のような図の場合、



x の２乗　＝　４の２乗　＋　３の２乗

$x^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

$x > 0$　より、$x = \sqrt{25} = 5$

$\sqrt{1}=1$	$\sqrt{4}=2$	$\sqrt{9}=3$	$\sqrt{16}=4$	$\sqrt{25}=5$	$\sqrt{36}=6$	と直して使う。
$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$	などはこのまま使います。	

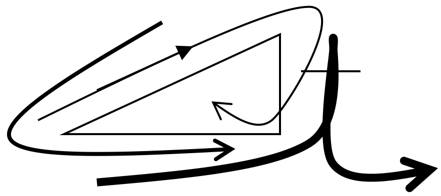
教科書 p107 タンジェント

有名な覚え方

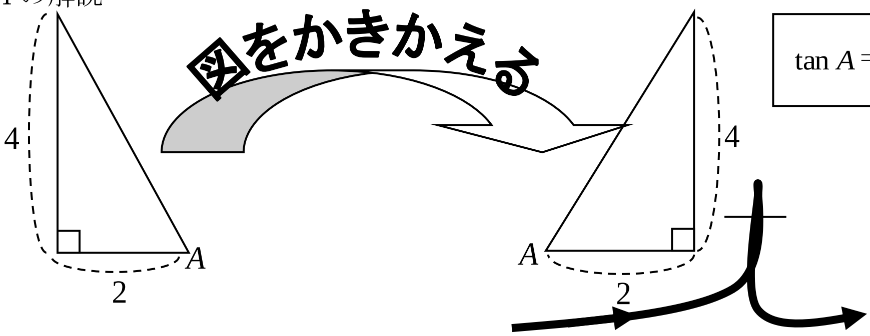
ｓｉｎ　の　ｓ　→　筆記体　→

ｃｏｓ　の　ｃ　→　筆記体　→

ｔａｎ　の　ｔ　→　筆記体　→



例 4 の解説



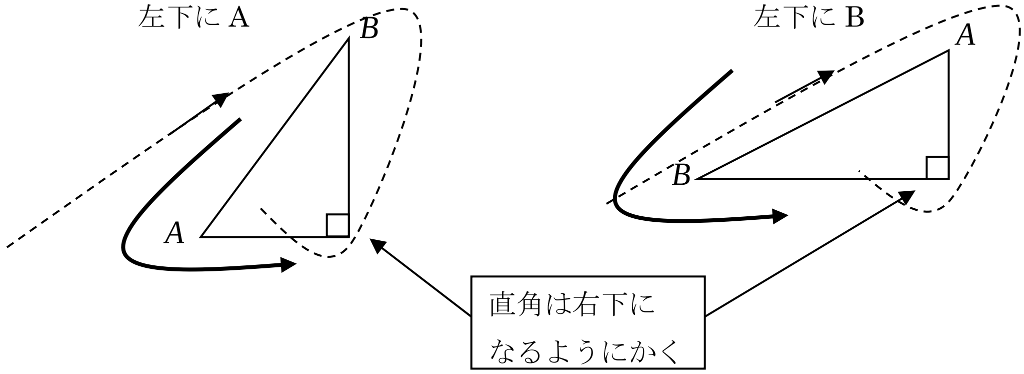
$$\tan A = \frac{\text{対辺}}{\text{底辺}} = \frac{4}{2} = 2$$

教科書 p109 サインとコサイン

例 5 解説

$\sin A$、$\cos A$を考えるときは 左下にA

$\sin B$、$\cos B$を考えるときは 左下に B



例 6 について

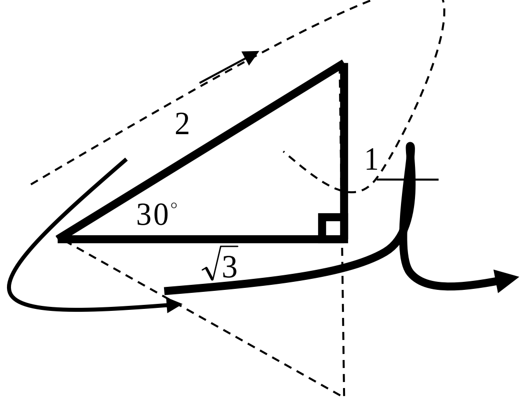
例えば次の図は覚える！！そして、これを見ながら

$\sin 30^\circ = $ 2 分の 1 $= \dfrac{1}{2}$

$\cos 30^\circ = $ 2 分の $\sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

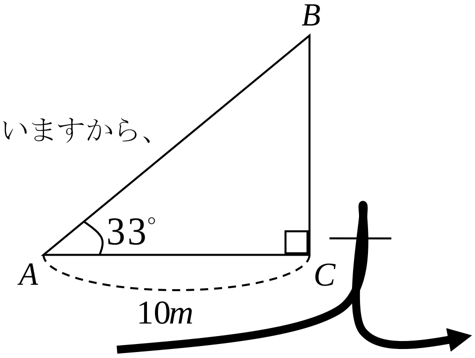
$\tan 30^\circ = \sqrt{3}$ 分の 1 $= \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

を書けるようにするんです。



教科書 p111 三角比の利用

例 7 解説



$\dfrac{BC}{10} = \tan 33^\circ$ で、$\tan 33^\circ$ の値は教科書巻末の表に載っていますから、

あとは、式の変形だけです。

式変形の仕方

例えば、$\dfrac{80}{40} = 2$ ですね。これより、８０＝４０×２

一般に、

$\dfrac{上}{下}$ ＝横　　は　$\boxed{上　＝　下　×　横}$　と、変形することができる。

ちょっと練習してみましょう！

$\dfrac{12}{3} = 4$　⇒変形⇒　12＝3×4　　　　$\dfrac{28}{4} = 7$　⇒変形⇒　28＝4×7

だから、$\dfrac{BC}{10} = \tan 33^\circ$　⇒変形⇒　$BC = 10 \times \tan 33^\circ$

巻末の表で調べると、
$\tan 33^\circ = 0.6494$

＝10×0.6494

＝**6.494**

$\boxed{四捨五入して小数第１位まで}$とは、　＝$\mathbf{6.\overset{5}{\cancel{4}}\cancel{9}4}$　≒**6.5**（m）

$\boxed{小数第２位を四捨五入する}$ということ

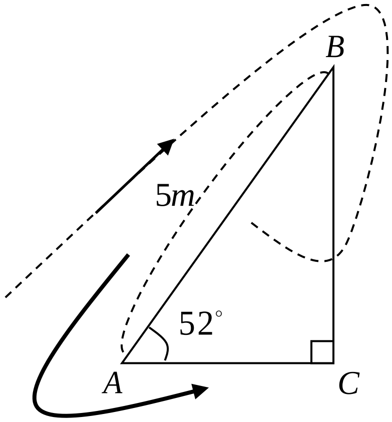
例えば、四捨五入して小数第１位まで求めると、

１２．３４５６　第２位を四捨五入　→　１２．３

１２３．４５６　第２位を四捨五入　→　１２３．５

教科書 p112

例 8 解説



$\dfrac{BC}{5}=\sin 52^\circ$　⇒変形⇒　$BC=5\times\sin 52^\circ$

一般に、$\dfrac{\text{上}}{\text{下}}=\text{横}$　は

$\boxed{\text{上}\ =\ \text{下}\ \times\ \text{横}}$　と、

変形することができる。

$BC=5\times\sin 52^\circ$

$=5\times 0.7880=3.9400$　←電卓で計算

$=\mathbf{3.9\cancel{4}00}\ \fallingdotseq 3.9$（m）

$\boxed{\text{四捨五入して小数第1位まで}}$とは、

$\boxed{\text{小数第2位を四捨五入する}}$ということ

$\dfrac{AC}{5}=\cos 52^\circ$　⇒変形⇒　$AC=5\times\cos 52^\circ$

$=5\times 0.6157=3.0785$　←電卓で計算

$=\mathbf{3.\overset{1}{\cancel{0}}\cancel{7}85}\fallingdotseq\mathbf{3.1}$（m）

例 9 解説

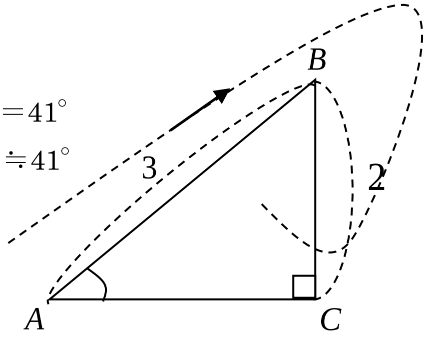
角	正接(tan)
・ ・ ・	・ ・ ・
41°	0.6561
42°	0.6691
43°	0.6820

この表の見方

$\sin\theta = 0.6561$　なら、$\theta = 41°$

$\sin\theta = 0.6520$　なら、$\theta \fallingdotseq 41°$

さて、この図で、



$\sin A = \dfrac{2}{3} \fallingdotseq 0.6666$

これにいちばん近いのが

で、$A \fallingdotseq 42°$

教科書 p113

問 14 類題解説

角	正接(tan)
・ ・ ・	・ ・ ・
36°	0.7265
37°	0.7536
38°	0.7813

この表の見方

$\tan\theta = 0.7265$　なら、$\theta = 36°$

$\tan\theta = 0.7521$　なら、$\theta \fallingdotseq 37°$

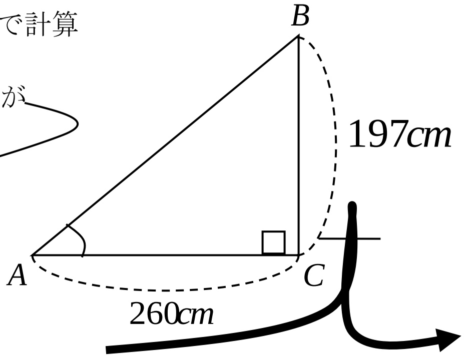
ピッタリではないが、近い値のとき使う記号　≒

さて、この図で、

$\tan A = \dfrac{197}{260} \fallingdotseq 0.7577$　←電卓で計算

これにいちばん近いのが

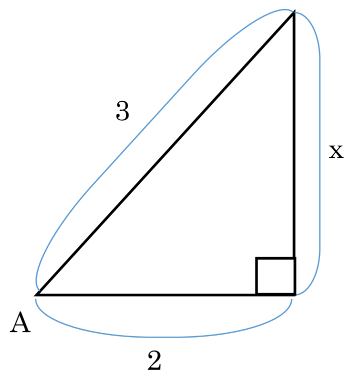
で、$A \fallingdotseq 37°$



教科書 p115　90°　－Aの三角比

例題 3 の解説

cosA＝$\frac{2}{3}$を図で表してみます。☞



三平方の定理から、$3^2=x^2+2^2$

よって、$x^2=9-4=5$

$x>0$ より、$x=\sqrt{5}$

これより、$\sin A=\frac{x}{3}=\frac{\sqrt{5}}{3}$　　$\tan A=\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

教科書 p116

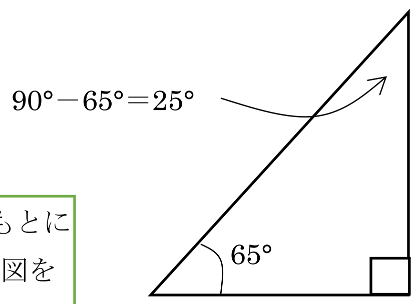
例 10 の解説

(1)sin65°を図で表してみます。☞

　これより、sin65°＝cos25°

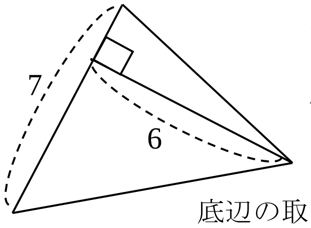
であることが分かる。

公式：$\sin(90°-\theta)=\cos\theta$ は、この事実をもとに作られています。公式を覚えるより、この図をかけるようにしておきたいです。



教科書 p117 三角形の面積

三角形の面積について復習しておきましょう。



三角形において、

$$底辺\times高さ\div 2=\frac{底辺\times高さ}{2}=\frac{1}{2}\times底辺\times高さ$$

この式の答を、三角形の面積といいます。

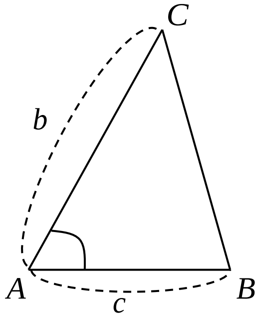
底辺の取り方は 3 通りありますが、この図の場合、

底辺＝7 とすれば、高さ＝6 、ですから、

$$面積=\frac{1}{2}\times 7\times 6=\frac{1\times 7\times 6}{2}=21\ です。$$

三角形の面積の公式: $\frac{1}{2}bc\sin A$ 　は、この考え方をもとに作られます。

公式の覚え方



$$\frac{1}{2}\overbrace{bc}^{\boxed{2辺}}\sin \overset{\boxed{その間の角}}{A}$$

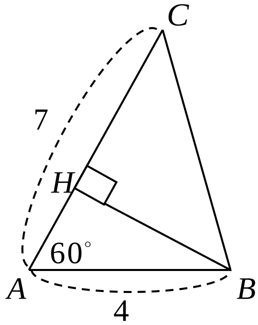
例 1 の解説

$$面積=\frac{1}{2}\times\underbrace{\square\times\square}_{\boxed{2辺}}\times\sin\underbrace{\square}_{\boxed{その間の角}}\ ・・・①$$

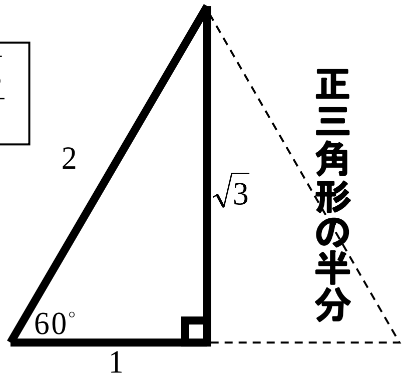
$$=\frac{1}{2}\times 7\times 4\times \sin 60^\circ$$

$$=\frac{1}{2}\times 7\times 4\times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=7\sqrt{3}$$

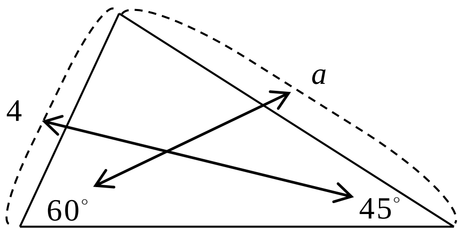


$$\boxed{\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}}$$



教科書 p118、119 正弦定理

例題 1 の解説　まず、図をかきましょう。



内角 60° の対辺の長さは a $\Rightarrow \dfrac{a}{\sin 60^\circ}$

内角 45° の対辺の長さは 4 $\Rightarrow \dfrac{4}{\sin 45^\circ}$

この２つが同じである、というのが正弦定理

正弦定理より、

$$\frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{4}{\sin 45^\circ}$$

一般に、$\dfrac{上}{下} = 横$ は $\boxed{上 = 下 \times 横}$ と、変形できます。

よって、$a = \sin 60^\circ \times \dfrac{4}{\sin 45^\circ}$

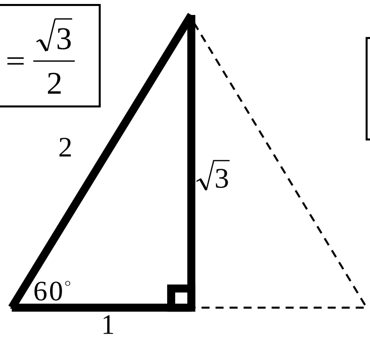
$$= \sin 60^\circ \times 4 \div \sin 45^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 \div \frac{1}{\sqrt{2}}$$

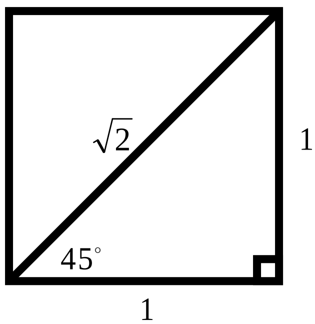
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{6}$$

$\div \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ と $\times \dfrac{\sqrt{2}}{1}$ は 同じ　$\dfrac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

$$\boxed{\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

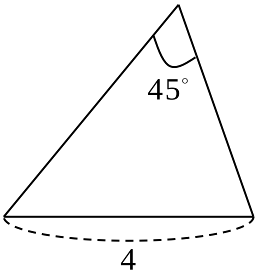


$$\boxed{\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}}$$



「外接円との関係」の解説

内角 45° の対辺の長さは 4 $\Rightarrow \dfrac{4}{\sin 45^\circ}$ 　この値が、外接円の直径と等しいことが分かっている。

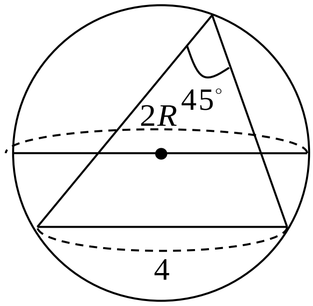


$\dfrac{4}{\sin 45^\circ} = 2R$ 　あとは、計算

$$2R = \frac{4}{\sin 45^\circ} = 4 \div \sin 45^\circ$$

$$= 4 \div \frac{1}{\sqrt{2}} = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{1} = 4\sqrt{2}$$

$2R = 4\sqrt{2}$ より、$R = 2\sqrt{2}$

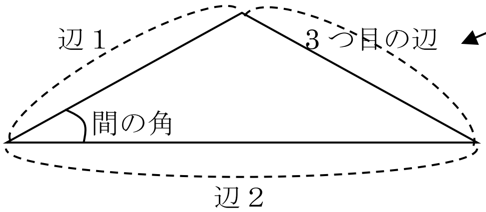


教科書 p120、121 余弦定理

余弦定理が成り立つ理由は、教科書で確認して下さい！ここではその意味について説明します。

2 辺とその間の角が分る　→　3 つ目の辺の長さが分る

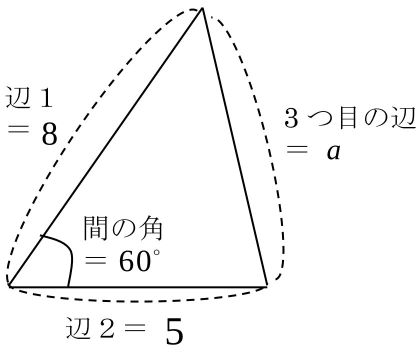
公式の覚え方



この図と、この式を
覚えましょう

(3 つ目の辺)²＝(辺 1)²＋(辺 2)²－ 2 ×(辺 1)×(辺 2)× cos (間の角)

例題 2 の解説



$a^2 = 8^2 + 5^2 - 2\times 8\times 5\times \cos 60^\circ$

$=64+25-80\times\cos 60^\circ$

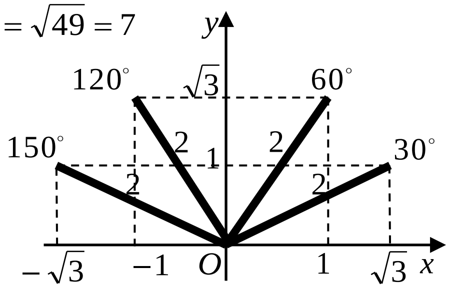
$=89-80\times\dfrac{1}{2}$

$=89-40=49$

$a>0$ より、$a=\sqrt{49}=7$

$\cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$

→下図



例 2 の解説

3 辺から、内角のコサインが求められる！

(3 つ目の辺)²＝(辺 1)²＋(辺 2)²－ 2 ×(辺 1)×(辺 2)× cos (間の角)

この式を変形すると、

2 ×(辺 1)×(辺 2)× cos (間の角)＝(辺 1)²＋(辺 2)²－(3 つ目の辺)²

よって、　　cos (間の角)＝ $\dfrac{(\text{辺 1})^2+(\text{辺 2})^2-(\text{3 つ目の辺})^2}{2\times(\text{辺 1})\times(\text{辺 2})}$

これを公式として覚える必要はなく、

(3 つ目の辺)²＝(辺 1)²＋(辺 2)²－ 2 ×(辺 1)×(辺 2)× cos (間の角)

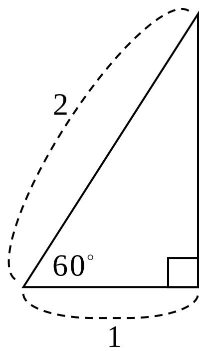
これさえ、覚えてあれば、あとはただの式変形

例 3 の場合、$7^2 = 3^2 + 8^2 - 2\times 3\times 8\times\cos A$

これを変形して、$2\times 3\times 8\times\cos A = 3^2 + 8^2 - 7^2$

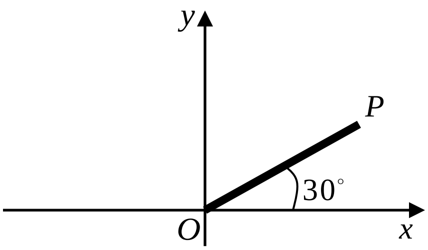
よって、　　$48\times\cos A = 9+64-49$

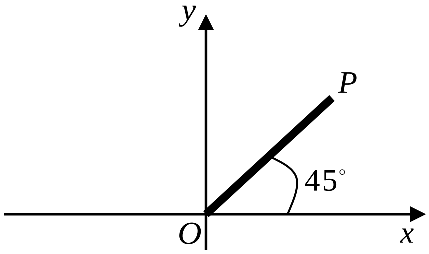
$48\times\cos A = 24$　　$\cos A = \dfrac{24}{48} = \dfrac{1}{2}$

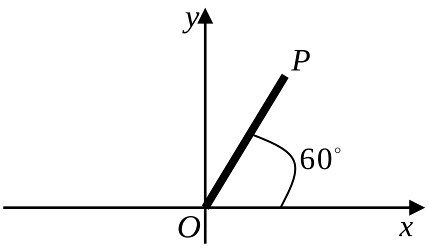


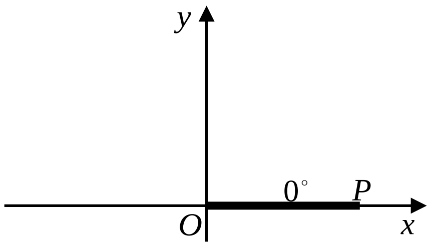
右図から、A＝６０° と分る。

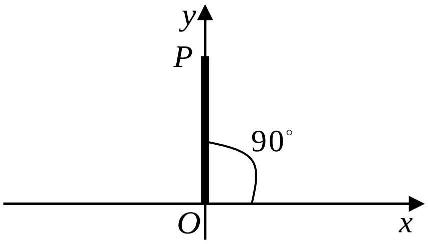
教科書 p122 座標と三角比の関係　先ず、角の表し方を覚えましょう

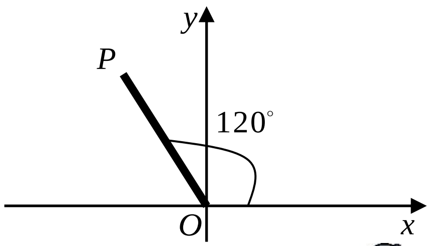








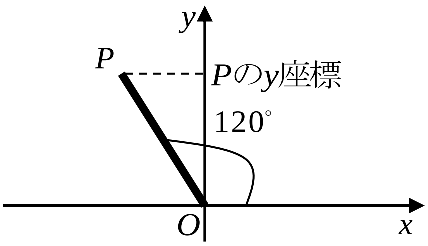




教科書 p123

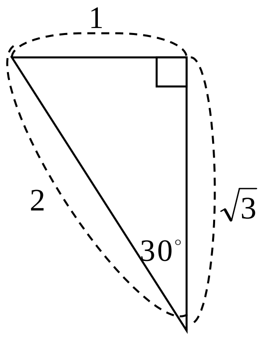
例 3 の解説

そこで、$\sin 120^\circ$ を次のように定めます。（覚えるしかありません）



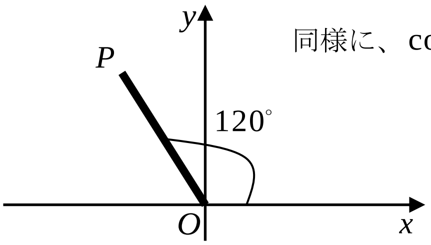
$$\sin 120^\circ = \frac{P\text{の}y\text{座標}}{OP\text{の長さ}}$$

OP の長さは計算しやすいものを選んでよい



$OP = 2$ とすると、Pのy座標 $= \sqrt{3}$

であることから、$\sin 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$



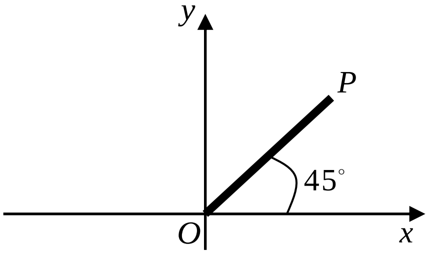
同様に、$\cos 120^\circ = \dfrac{P\text{の}x\text{座標}}{OP\text{の長さ}}$ と定めます。

$OP = 2$ とすると、Pのx座標 $= -1$

であることから、$\cos 120^\circ = \dfrac{-1}{2} = -\dfrac{1}{2}$

ーがつきます！！

また、$\tan 120^\circ = \dfrac{P\text{の}y\text{座標}}{P\text{の}x\text{座標}} = \dfrac{\sqrt{3}}{-1} = -\dfrac{\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3}$

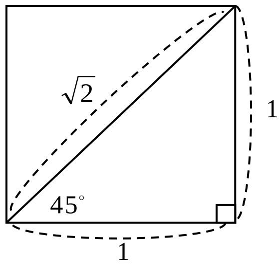


45° の場合、OP＝$\sqrt{2}$ とすると、後の計算が楽になります。

この場合、 Pのx座標 $=1$

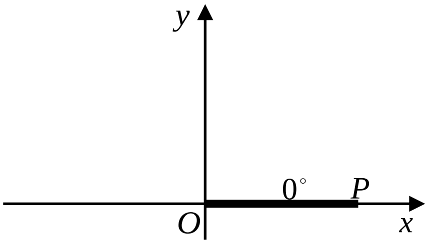
Pのy座標 $=1$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}、\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



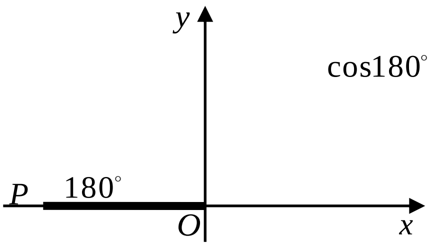
ここで、気が付いてほしいことがあります！！

0° より大きく 90° より小さい角については、直角三角形のときと同じ値になる。



0° の場合、OP の長さに関わらず、

$$\cos 0^\circ = \frac{OP}{OP} = 1、\sin 0^\circ = \frac{0}{OP} = 0$$

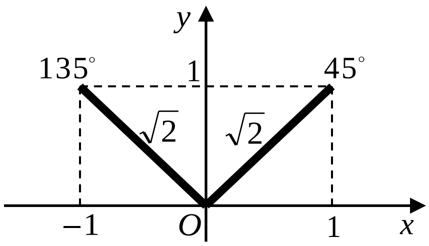


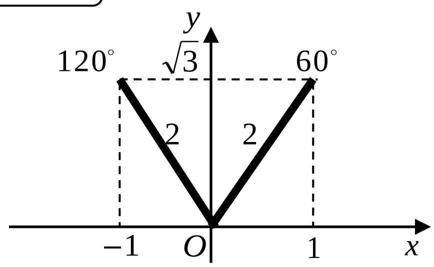
180° の場合も、OP の長さに関わらず、

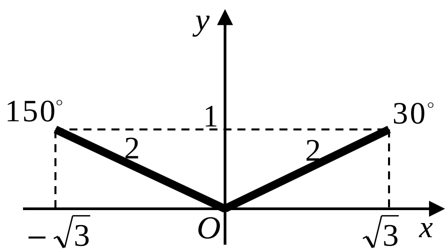
$$\cos 180^\circ = \frac{-OP}{OP} = -1、\sin 180^\circ = \frac{0}{OP} = 0$$

OP の長さの取り方

次のようにとると、計算が楽です。







教科書 p124 三角比の相互関係

例題 3 の解説

ここでのポイント

いつでも、$\boxed{\sin^2\theta+\cos^2\theta=1}$　つまり、$(\sin\theta)^2+(\cos\theta)^2=1$　が成り立つ。だから、

$\sin\theta=\dfrac{4}{5}$ ということが分っていたら、上の式を利用して、$(\cos\theta)^2$ の値を計算することができる。この場合、$(\cos\theta)^2=\dfrac{9}{25}$ と計算することができる。

さて、次に $(\cos\theta)^2=\dfrac{9}{25}$ から $\cos\theta$ を計算するときはちょっと注意が必要で、

θ が鋭角（$0^\circ<\theta<90^\circ$）のとき、$\cos\theta=+\sqrt{\dfrac{9}{25}}=\dfrac{3}{5}$
$\cos$鋭角>0

θ が鈍角（$90^\circ<\theta<180^\circ$）のとき、$\cos\theta=-\sqrt{\dfrac{9}{25}}=-\dfrac{3}{5}$
$\cos$鈍角<0

さらに、$\boxed{\tan\theta=\sin\theta\div\cos\theta}$　ですから、$\boxed{\sin\theta}$ と $\boxed{\cos\theta}$ の値が分れば、$\boxed{\tan\theta}$ の値も計算できることになります。

以上、図式化すると、

$\sin\theta=\dfrac{4}{5}$　と　$\boxed{\sin^2\theta+\cos^2\theta=1}$　→　$(\cos\theta)^2=\dfrac{9}{25}$

↓

θ が鈍角　　　θ が鋭角

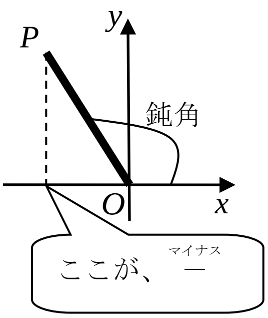
↓　　　　　↓

$\cos\theta=-\dfrac{3}{5}$　　　$\cos\theta=\dfrac{3}{5}$

↓

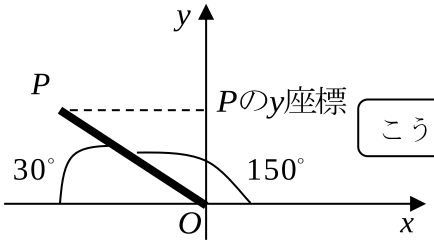
$\tan\theta=\sin\theta\div\cos\theta$

$\tan\theta$ の値が計算できる。



教科書 p125　180°　− θ の三角比

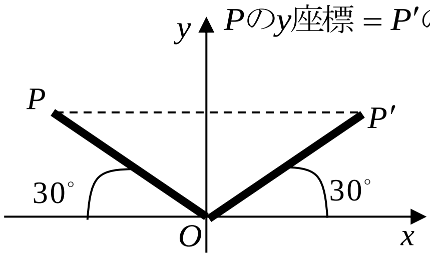
例 5 の解説



$$\sin 150^\circ = \frac{P\text{の}y\text{座標}}{OP\text{の長さ}}$$

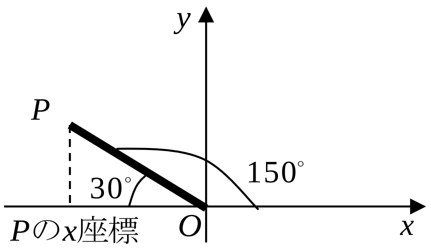
同じ

Pのy座標 $= P'$のy座標



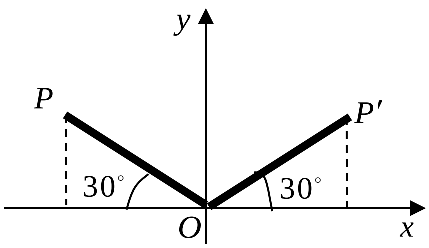
$$\sin 30^\circ = \frac{P'\text{の}y\text{座標}}{OP'\text{の長さ}}$$

よって、$\sin 150^\circ = \sin 30^\circ$



$$\cos 150^\circ = \frac{P\text{の}x\text{座標}}{OP\text{の長さ}}$$

＋−逆



$$\cos 30^\circ = \frac{P'\text{の}x\text{座標}}{OP'\text{の長さ}}$$

Pのx座標 $= -P'$のx座標

よって、$\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ$

公式を覚えるのではなく、このように図を描いて考えましょう。

教科書 p133 度数分布表とヒストグラム

○データ処理の第一歩

まず、大まかに整理しましょう

A 班

3	10	7	14	5	9	15	0	9	18
0	8	11	10	15	19	6	23	13	5

このような場合、まず、大まかに整理 →

0	0
3	
5	5
6	
7	
8	
9	9
10	10
11	
13	
14	
15	15
18	
19	
23	

階級	度数
0 以上 4 未満	3
4～8	4
8～12	6
12～16	4
16～20	2
20～	1

○階級値の出し方

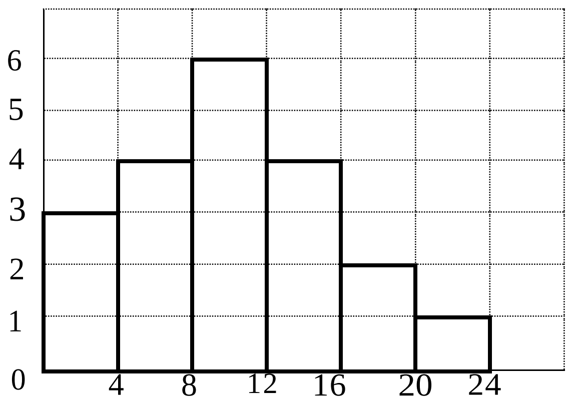
階級	階級値
0 以上 4 未満	$\frac{0+4}{2}=2$
4～8	$\frac{4+8}{2}=6$
・・・	・・・
・・・	・・・

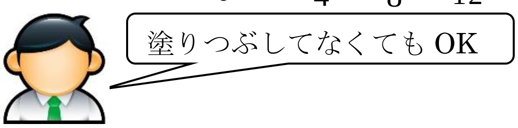
階級	階級値
0 以上 5 未満	$\frac{0+5}{2}=2.5$
5～10	$\frac{5+10}{2}=7.5$
・・・	・・・
・・・	・・・

教科書 p134

○ヒストグラムのかき方

階級	度数
0 以上 4 未満	3
4～8	4
8～12	6
12～16	4
16～20	2
20～	1





教科書 p135

○相対度数分布表

階級	度数	相対度数
0 以上 4 未満	3	$\frac{3}{20}=0.15$
4～8	4	$\frac{2}{20}=0.20$
8～12	6	
12～16	4	
16～20	2	
20～	1	
計	２０	1.00

差が 1 となる度数の、相対度数が
異なる値になるように、
小数点以下の桁数を決める。

←ここが 1.00 になるように

教科書 p136 代表値

○平均値

教科書に書いてある通りです。

○中央値

例（奇数個）　データを小さい順に並べたものが、次のような場合

0　0　3　5　5　6　7　8　9

↑この 5　が中央値

まさに、真ん中

例（偶数個）　データを小さい順に並べたものが、次のような場合

0　0　3　5　5　6　7　8　9　10

↑中央の 2 つの平均 $\frac{5+6}{2}=5.5$　が中央値

真ん中がない場合は、中央 2 つの平均

○最頻値

階級	度数
0 以上 4 未満	3
4～8	4
8～12	6
12～16	4
16～20	2
20～	1

←度数の最大はこの 6 、

その階級値 $\frac{8+12}{2}=10$ が最頻値

教科書 p138 四分位数と箱ひげ図

〇四分位数は、まず第２四分位数から

例（奇数個）　データを小さい順に並べたものが、次のような場合

0　0　3　5　5　6　7　8　9

↑この５　が第２四分位数

これは、全体の中央値

さらに、

0　0　3　5　5　6　7　8　9

0　0　3　5	6　7　8　9
これらの	これらの
中央値が	中央値が
第１四分位数	第３四分位数
$\frac{0+3}{2}=1.5$	$\frac{7+8}{2}=7.5$

例（偶数個）　データを小さい順に並べたものが、次のような場合

0　0　3　5　5　6　7　8　9　10

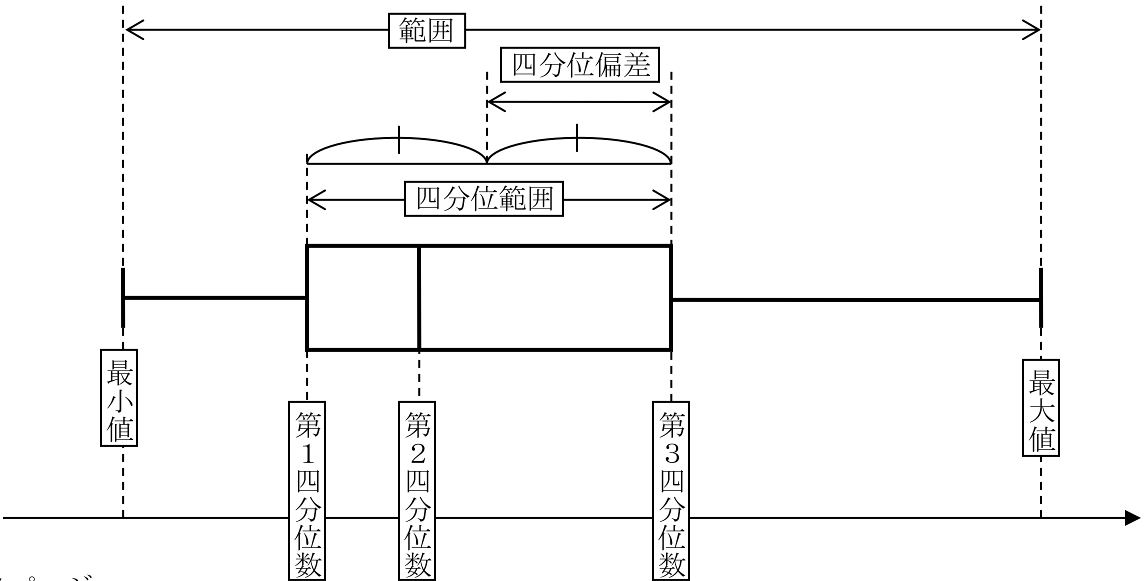
やはり、全体の中央値

中央の２つの平均 $\frac{5+6}{2}=5.5$　が第２四分位数

さらに、

0　0　3　5　5	6　7　8　9　10
これらの	これらの
中央値が	中央値が
第１四分位数	第３四分位数
3	8

〇箱ひげ図における、範囲・四分位範囲・四分位偏差　は図で覚えちゃいましょう！



教科書 p140 分散と標準偏差

〇データ・平均・分散・標準偏差

分散の意義について

A君のテストの結果

国語	社会	数学	理科	英語
200	200	0	0	100

得点に　ばらつき　が　ある。

B君のテストの結果

国語	社会	数学	理科	英語
100	100	100	100	100

得点に　ばらつき　が　ない。

Aの平均は、$\dfrac{200+200+0+0+100}{5}=100$　Bの平均は、$\dfrac{100+100+100+100+100}{5}=100$

AもBも平均は同じだが、

Aの分散は、

$$\frac{(200-100)^2+(200-100)^2+(0-100)^2+(0-100)^2+(100-100)^2}{5}$$

$$=\frac{100^2+100^2+(-100)^2+(-100)^2+0^2}{6}=\frac{10000+10000+10000+10000+0}{5}$$

$$=\frac{40000}{5}=8000$$

Bの分散は、

$$\frac{(100-100)^2+(100-100)^2+(100-100)^2+(100-100)^2+(100-100)^2}{5}=0$$

Aは、Bよりばらつきが大きい。つまり、散らばり具合が大きい。

ばらつきの大きさは、分散の大きさで測れる。

教科書 p142 相関関係

教科書に詳しい説明があります。

補足

正の相関について、0〜0.2　ほとんど相関なし

0.2〜0.4　弱い相関

0.4〜0.7　比較的強い相関

0.7〜１　強い相関

と判定するのが一般的です。

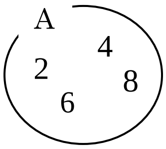
教科書 p150 集合

例１　解説

１桁の正の偶数を書き上げると、２，４，６，８

１桁の正の偶数の集合をＡとすると、Ａ＝｛２，４，６，８｝

これを、図でかくと



この記号｛　｝が必須！

問１　解説

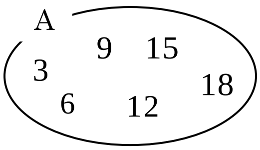
(1)1 以上 20 以下の３の倍数を書き上げると、

３、６、９、１２、１５、１８

1 以上 20 以下の３の倍数の集合Ａは、

Ａ＝｛３、６、９、１２、１５、１８｝

これを、図でかくと



(2)16 の正の約数を書き上げると、

１、２、４

１６、８

4×4=16

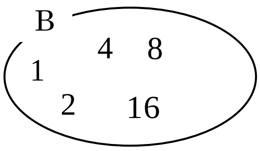
1×16=16

2×8=16

約数はペアになっている

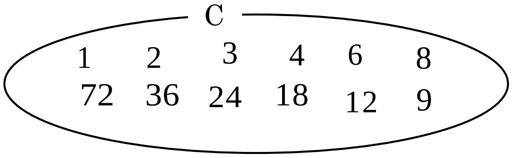
16 の正の約数の集合Ｂは、Ｂ＝｛１、２、４、８、１６｝

これを、図でかくと



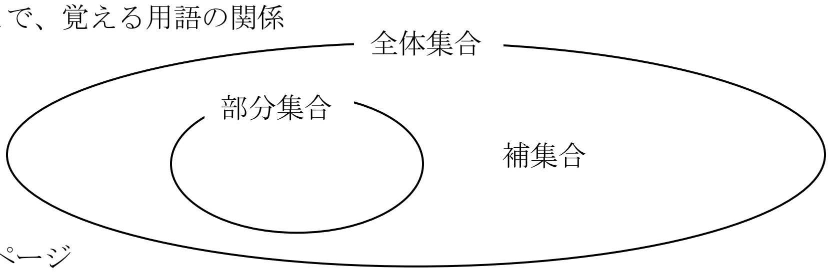
おまけ　７２の正の約数Ｃは、

図でかくと、



教科書 p151 部分集合

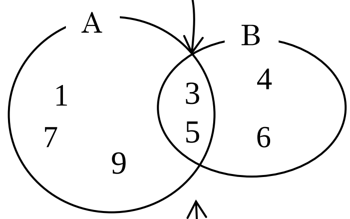
ここで、覚える用語の関係



教科書 p152 共通部分、和集合、空集合

図のかきかた

A＝｛1，$\boxed{3}$，⑤，7，9｝、B＝｛$\boxed{3}$，4，⑤，6｝



先に、共通部分を作図すると、

かきやすい。

$\boxed{\text{部分集合についての注意事項}}$

A＝｛1，2，3，4，5｝とするとき、

A⊂A　であり、A⊃A　でもあります。

また、集合 A、B、C、・・・と空集合 ϕ について、

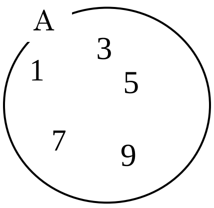
ϕ ⊂A、ϕ ⊂B、ϕ ⊂C、・・・

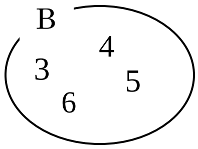
（空集合 ϕ とは、要素を 1 つも含まない集合→p153）

例 3　補足解説

A＝｛1，3，5，7、9｝、B＝｛3、4、5、6｝を、

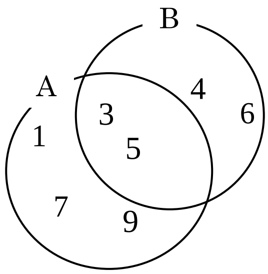
それぞれ図で表すと、





ここで、3、5 が共通であることに注目して、

右図のようにかく。



この図の全体が

A と B の和集合で、

A∪B＝｛1，3，4、5，6、7、9｝

読み方は、A カップ B

図の重なっている部分が

A と B の共通部分で、

A∩B＝｛3，5｝

読み方は、A キャップ B

ワンポイント

カップ ⋃ の中にはたくさん入る。キャップ ⋂ の上にはあまり乗りません。

教科書 p154 命題と集合

「日本はいい国だ。」は命題ではない。・・・正しいかどうか判断がつかない。

「日本の人口は１億人を超えている。」は命題である。・・・正しいかどうか判断がつく。

$\boxed{\text{真}}$とは、完全に正しいこと
ほんの少しでも間違いがあれば、$\boxed{\text{偽}}$
つまり、ほとんど正しくても、１つでも間違いがあれば、偽です。

例４　補足解説

(1)「三角形の内角の和は 170°である」は、命題であり、偽である。

(2)「2×(−3)＝−6」は命題であり、真である。

(3)「$3^2+4^2=7^2$」は、命題であり、偽である。

(4)「5 は奇数である」は命題であり、真である。

問５類題　解説

(1) $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$　が、正しい命題。

これと似た正しい命題　→　$\sqrt{3^2}=\sqrt{9}=3$

９の平方根は、±３、など

(3)「$５^2＋１２^2＝１３^2$」は、命題ですが、

「$５^2＋１２^2＝x^2$」は、命題とはいわず、条件といいます。

次のような書き方にも注意しよう！

条件「$５^2＋１２^2＝x^2$」をｐ、条件「ｘ＝１３」をｑとする。

このとき、条件ｐを満たすｘは、１３

条件ｑを満たすｘは、１３

$\boxed{\text{おまけ}}$　条件「30°、100°、x°は三角形の３つの内角である」をｒとする。

このとき、条件ｒを満たすｘは、50

教科書 p155

例５　解説

しん

(1)命題「５ｘ＝−１５　⇒　ｘ＝−３」は真である。　とは、

条件「５ｘ＝−１５」が成り立つようなｘ全てについて、

条件　「ｘ＝−３」が成り立つ

全て、と言ってもこの場合、１つしかない。

(2) 命題「$x^2=4 \Rightarrow x=-2$」は真ではない。

なぜか、

条件「$x^2=4$」を満たす全ての x は、 $x=2$、-2

このうち、「$x=2$」は、これを満たさない。

これを、反例といいます。

真ではない命題を偽(ぎ)といいます。

例 6　解説

(1)条件「自然数 n は偶数である」を　p　とすると、

ぴーばー、と読みます。

条件「自然数 n は偶数でない」を　$\overline{p}$　で表す。

これは、「自然数 n は奇数である」と同じこと。

よって、自然数 n について次の 4 つは同じ

・「自然数 n は偶数である」の否定　　・$\overline{\text{「自然数 n は偶数である」}}$

・「自然数 n は偶数でない」　　・「自然数 n は奇数である」

(2)次の 4 つは同じ

・「$x>2$」の否定　　・$\overline{\text{「}x>2\text{」}}$

・「$x>2$ でない」　　・「$x \leqq 2$」

同様に、「$x \geqq 2$」の否定は、「$x<2$」

教科書 p156 必要条件と十分条件

「必要」、「十分」の使い方

P⇒・・・の形が	真　のとき	P は十分である
	偽　のとき	P は十分でない
・・・⇒P の形が	真　のとき	P は必要である
	偽　のとき	P は必要でない

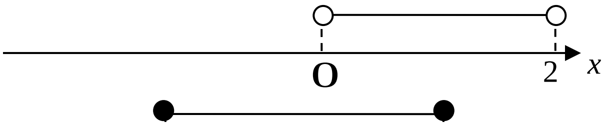
正確には、
$x=2$　は
$x^2=4$ であるための
十分条件である。

例 7 の解説 :「$x=2 \Rightarrow x^2=4$」は真　だから、$x=2$　は十分条件である。↑
「$x^2=4 \Rightarrow x=2$」は偽（反例 $x=-2$）　だから、$x=2$　は必要条件ではない。

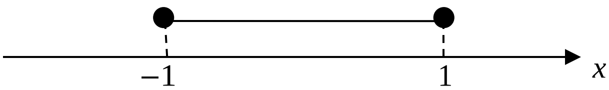
教科書 p120

次のような図の表し方も覚えておきましょう。

$0<x<2$

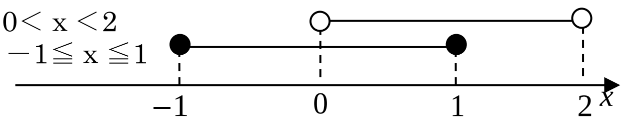


$-1 \leqq x \leqq 1$



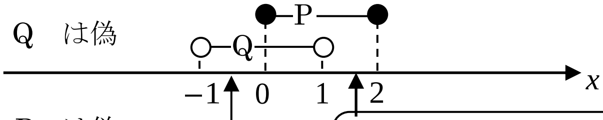
これらを 1 つの図に書くときは

$0<x<2$
$-1 \leqq x \leqq 1$



例 9　解説

P　⇒　Q　は偽



Q　⇒　P　は偽

この辺り、例えば 1.5 は
P に含まれるが、Q に含まれない

この辺り、例えば−0.5 は
Q に含まれるが、P に含まれない

2 つの命題「P　⇒　Q」、「Q　⇒　P」がともに偽の場合、
必要条件とも、十分条件とも言わない

教科書 p158

対偶の前に、否定の否定について、

例えば、「分らなくはない」＝「分る」の否定の否定＝「分る」

これを否定の記号を使って書くと、「分らなくはない」＝$\overline{\overline{\text{「分る」}}}$＝「分る」

これより一般に、条件 p の否定は $\overline{p}$、p の否定の否定は $\overline{\overline{p}}=p$

例 10　解説

命題「$x=2$　⇒　$x^2=4$」が真であることは、容易に示せます。

しかし、命題「$x^2\neq 4$　⇒　$x\neq 2$」が真か偽か、となると難しい。

こんなときは、

「対偶が真なら元の命題も真である」を利用します。

さらに、「$x^2\neq 4$」＝$\overline{\text{「}x^2=4\text{」}}$、「$x\neq 2$」＝$\overline{\text{「}x=2\text{」}}$なので、

$\overline{\text{「}x^2\neq 4\text{」}}$＝「$x^2=4$」、$\overline{\text{「}x\neq 2\text{」}}$＝「$x=2$」

命題「$x^2\neq 4$　⇒　$x\neq 2$」

↓↑対偶

「$\overline{x\neq 2}$　⇒　$\overline{x^2\neq 4}$」

↓↑書き換えて

「$x=2$　⇒　$x^2=4$」これが真なので

元の命題

も真です。

著作・発行・印刷　　　　　寺田　義剛　　　松阪高校通信制数学科

定価　　　　　　　　　　　priceless

初版　　　　　　　　　　　令和４年３月３１日