

数学 I (前)

学習書

目次

教科書 p34 「単項式」の解説

教科書 p36 「多項式と数のかけ算」の解説

教科書 p38 「指数法則」の解説

教科書 p39 「単項式どうしの掛け算」の解説

教科書 p40 「乗法公式」の解説

教科書 p42 「共通な因数をくくり出す」の解説 (習うより、慣れよ！方式で行きましょう)

教科書 p43 「公式を利用する因数分解」の解説

教科書 p48 「平方根」の解説

教科書 p50 「根号を含む式の掛け算・割り算」の解説

教科書 p53 「分母の有理化」の解説 ($\sqrt{\quad}$ 記号の意味をいくつかの例で覚えよう)

教科書 p56 「分数と小数」の解説

教科書 p58 「1次方程式の解き方」の解説（等号 $=$ をまたぐときの変化に着目しよう）

教科書 p59 「文章題の考え方」

教科書 p61 「不等式と数直線」の解説

教科書 p62～p63 $a < b$ に、掛け算、割り算が施されるときの注意点

教科書 p64 「不等式の解き方」の解説

教科書 p68 「平方根の考えを用いる解き方」の解説

教科書 p70 「解の公式」の解説

教科書 p75 「関数の値」の解説

教科書 p76 「1次関数のグラフの解説

教科書 p79 「 $y=x^2$ のグラフ」の解説

教科書 p82 「 $y=ax^2+q$ のグラフ」の解説

教科書 p84 「 $y=a(x-p)^2$ のグラフ」の解説

教科書 p86 「 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフ」の解説

教科書 p88 「 $y=a(x-p)^2+q \rightarrow y=ax^2+bx+c$ の変形」の解説

教科書 p96 「2次方程式の解き方」から復習しますね！

教科書 p97 「 $y=x^2-2x+1$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標の求め方」

教科書 p44 「公式を利用する因数分解・ x^2 の係数が1以外」の解説

教科書 p34 「単項式」の解説

$$5 \times a = 5a \qquad 3 \times a \times a = 3aa = 3a^2$$

↑
記号×を省く

↑
 aa は a^2 と書く

$$x \times x \times y \times x \times (-1) = (-1) \times x \times x \times x \times y = (-1)x^3 \times y = -x^3 \times y = -x^3 y$$

数が先頭、文字はアルファベット順

係数 -1 について
 $-1x^3$ は $-x^3$
 $-1x$ は $-x$
 $-1ab$ は $-ab$
 のように書く。

$$a \div 6 = \frac{a}{6} \qquad x \div (-2) = \frac{x}{-2} = -\frac{x}{2}$$

↑
記号÷は分数で表す

分母・分子が負の数の場合
 $\frac{x}{-2}$ と $\frac{-x}{2}$ は $-\frac{x}{2}$ と書く

1本 a 円の鉛筆を 3本 と 1個 80 円の消しゴム 1個買った時の代金は

$$\boxed{a + a + a} + \boxed{80} = 3a + 80 \text{ 円}$$

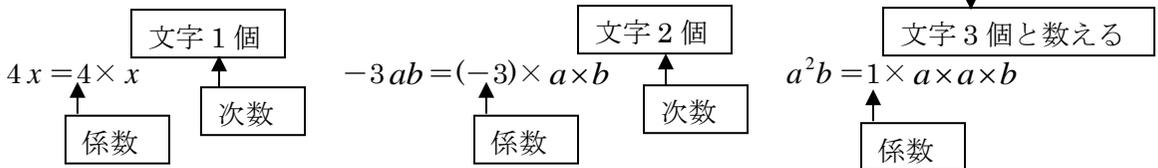
↑
↑

a (cm) のテープを 4人で等しく分けたときの 1人分のテープの長さは

↑
 $\div 4$ で計算します
 例：20個を4人で分けると
 1人分は $20 \div 4 = \frac{20}{4} = 5$

$$a \div 4 = \frac{a}{4}$$

「次数・係数」の解説



教科書 p36

「多項式と数のかけ算」の解説

$x-3$ と $x+(-3)$ は同じものです。つまり、 $x-3 = x+(-3)$

また、 $(x-3) = \{x+(-3)\}$ これもよく出てくる式です。

$$\begin{array}{l} \boxed{5x} \\ 5(x-3) = 5x - 15 \\ \boxed{-15} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \boxed{-3x^2} \\ -3(x^2 + 2x - 3) = -3x^2 - 6x + 9 \\ \boxed{-6x} \quad \boxed{+9} \end{array}$$

$(-3) \times (-3) = 9$
 $(-1) \times (-2) = 2$
 などは大丈夫でしょうか？

$$\begin{array}{l} \boxed{-x^2} \\ -(x^2 + 3x - 2) = -x^2 - 3x + 2 \\ \boxed{-3x} \quad \boxed{+2} \end{array}$$

「多項式どうしの足し算・引き算」の解説

$A = 3x^2 + 6x + 4$ 、 $B = 2x^2 - 4x - 3$ のとき、

$A + B = (3x^2 + 6x + 4) + (2x^2 - 4x - 3)$ このようにまず、()を付けて書きます。

$$\begin{array}{l} \boxed{5x^2} \quad \boxed{1} \\ = 3x^2 + 6x + 4 + 2x^2 - 4x - 3 \\ \boxed{2x} \\ = 5x^2 + 2x + 1 \end{array}$$

次に()を外します。

計算できる相手は決まっています。
 $3x^2 + 2x^2 = 5x^2$
 $6x - 4x = 2x$
 $3x^2 + 6x$ はこれ以上どうにもなりません
 参考： $3x^2 \times 6x$ は、計算できます。
 $3x^2 \times 6x = 18x^3$

$A - B = (3x^2 + 6x + 4) - (2x^2 - 4x - 3)$ このようにまず、()を付けて書きます。

$= 3x^2 + 6x + 4 - 2x^2 + 4x + 3$ 次に()を外します。+と-の変化に注意

$$\begin{array}{l} \boxed{x^2} \quad \boxed{7} \\ = 3x^2 + 6x + 4 - 2x^2 + 4x + 3 \\ \boxed{10x} \\ = x^2 + 10x + 7 \end{array}$$

計算できる相手は決まっています。
 $3x^2 - 2x^2 = x^2$
 $6x + 4x = 10x$
 $6x + 4$ はこれ以上どうにもなりません
 参考： $6x \times 4$ は、計算できます。
 $6x \times 4 = 24x$

教科書 p38

「指数法則」の解説

	読み方	意味
x^2	x の 2 乗	$x \times x$
x^3	x の 3 乗	$x \times x \times x$
x^4	x の 4 乗	$x \times x \times x \times x$

参考：

	意味
$2x$	x の 2 倍 = $x + x$
$3x$	x の 3 倍 = $x + x + x$
$4x$	x の 4 倍 = $x + x + x + x$

教科書 p39

「単項式どうしの掛け算」の解説

$6x + 3x^4$ は、これ以上計算できないが、 $6x \times 3x^4 = 6 \times 3 \times x \times x^4$

$$= 18 \times x \times \underbrace{x \times x \times x \times x}_{x^4}$$

$$= 18x^5$$

$a^2b^2 + ab^3 = ab(ab + b^2)$ であるが、

$$a^2b^2 \times ab^3 = \underbrace{a \times a \times b \times b}_{ab^2} \times \underbrace{a \times b \times b \times b}_{ab^3}$$

$$= a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b$$

$$= a^3b^5$$

$$(3x^2y^3)^2 = (3 \times x \times x \times y \times y \times y)^2 = (3 \times x \times x \times y \times y \times y) \times (3 \times x \times x \times y \times y \times y)$$

$$= 9 \times x^4 \times y^6 = 9x^4y^6$$

「多項式の掛け算」の解説

$$\boxed{3x^2}$$

$$\underbrace{3x(x - 5)}_{-15x} = 3x^2 - 15x$$

$$\boxed{-3x^2}$$

$$\underbrace{-3x(x - 5)}_{+15x} = -3x^2 + 15x$$

$$\boxed{3x^2}$$

$$\underbrace{3x(x + 5)}_{+15x} = 3x^2 + 15x$$

$$\boxed{-3x^2}$$

$$\underbrace{-3x(x + 5)}_{-15x} = -3x^2 - 15x$$

「習うより慣れよ」です！
この4つの違いを覚えよう。
理解するより、まず、覚えよう。

$$(x^2 - 6x + 3) \times (-2) = -2x^2 + 12x - 6$$

$-6x \times (-2) = +12x$

$+3 \times (-2) = -6$

$x^2 \times (-2) = -2x^2$

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{-8x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{12x^2} \\
 (4x + 5)(3x - 2) = 12x^2 - 8x + 15x - 10 \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{+15x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{-10} \\
 = 12x^2 + 7x - 10
 \end{array}$$

-8x + 15x = 7x です！注意しましょう
 参考
 8x - 15x = -7x
 -8x - 15x = -23x

教科書 p40

「乗法公式」の解説（乗法公式を覚えられなかった場合の対処法）

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{+3x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{x^2} \\
 (x+3)^2 = (x+3) \times (x+3) = x^2 + 3x + 3x + 9 \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{+3x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{+9} \\
 = x^2 + 6x + 9
 \end{array}$$

3x + 3x = +6x と計算できます。
 注意しましょう

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{-12x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{9x^2} \\
 (3x-4)^2 = (3x-4) \times (3x-4) = 9x^2 - 12x - 12x + 16 \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{-12x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{+16} \\
 = 9x^2 - 24x + 16
 \end{array}$$

-12x - 12x = -24x です！
 注意しましょう

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{-10xy} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{4x^2} \\
 (2x+5y)(2x-5y) = 4x^2 - 10xy + 10xy - 25y^2 = 4x^2 - 25y^2 \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{+10xy} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{-25y^2}
 \end{array}$$

（乗法公式を覚えられなかった場合の対処法）

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{-2x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{x^2} \\
 (x+4) \times (x-2) = x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8 \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{+4x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{-8}
 \end{array}$$

-2x + 4x = 2x です！注意しましょう
 参考
 2x - 4x = -2x
 -2x - 4x = -6x

教科書 p42

「共通な因数をくくり出す」の解説（習うより、慣れよ！方式で行きましょう）

$$x^2 + 2x = x(x+2) \quad x^2 + 3x = x(x+3) \quad x^2 + 4x = x(x+4)$$

$$x^2 - 2x = x(x-2) \quad x^2 - 3x = x(x-3) \quad x^2 - 4x = x(x-4)$$

$$3ax + 6ay = \underbrace{3a}_{3ax} \underbrace{(x+2y)}_{+6ay}$$

$$2bx + 6by = \underbrace{2b}_{2bx} \underbrace{(x+3y)}_{+6by}$$

$$x^2y - xy^2 = \underbrace{xy}_{x^2y} \underbrace{(x-y)}_{-xy^2}$$

$$x^2y^2 - xy^2 = \underbrace{xy^2}_{x^2y^2} \underbrace{(x-1)}_{-xy^2}$$

$xy \times x = x^2y$ 、 $xy \times y = xy^2$ 、 $xy^2 \times x = x^2y^2$ 、 $xy^2 \times 1 = xy^2$ ですよ！注意しましょう

教科書 p43

「公式を利用する因数分解」の解説（次の方法は有効です。）

$$x^2 + 6x + 9 = \begin{array}{l} \text{掛けると} \\ (x+3)(x+3) \\ \text{足すと} \end{array} = (x+3)^2$$

$$x^2 - 12x + 36 = \begin{array}{l} \text{掛けると} \\ (x-6)(x-6) \\ \text{足すと} \end{array} = (x-6)^2$$

$$x^2 - 16 = x^2 + 0x - 16 = \begin{array}{l} \text{掛けると} \\ (x+4)(x-4) \\ \text{足すと} \end{array} = (x+4)(x-4)$$

$$x^2 + 5x - 6 = \begin{array}{l} \text{掛けると} \\ (x+6)(x-1) \\ \text{足すと} \end{array} = (x+6)(x-1)$$

教科書 p44

「公式を利用する因数分解・ x^2 の係数が1以外」の解説

先ず、因数分解の意味について考えよう。

例 21 「 $2x^2 + 9x - 5$ を因数分解する。」とは

$$2x^2 + 9x - 5 = (\square x \square)(\square x \square)$$

の2つの□、2つの□に入る数を求める」ということ。

つまり、次の筆算の穴を埋めるということ。

$$\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline 2x^2 + 9x - 5 \end{array}$$

直ぐに分かるのが次の2つ。

$$\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad - 5 \\ \hline 2x^2 \quad \square x \\ \hline 2x^2 + 9x - 5 \end{array}$$

このことから、次の2つを決めてよい。

$$\begin{array}{r} 1x \quad \square \\ \times \quad 2x \quad \square \\ \hline \square x \quad - 5 \\ \hline 2x^2 \quad \square x \\ \hline 2x^2 + 9x - 5 \end{array}$$

最後にこの2つに何を
入れるかを考えれば
いいわけです。

虫食い算の要領でクイズ
感覚でやってみましょう。

教科書 p48

「平方根」の解説（次のような表で覚えましょう）

	記号	値	計算式で用いるもの
3の平方根	$\pm\sqrt{3}$	$\pm 1.7320508\dots$	$\pm\sqrt{3}$
3の正の平方根	$\sqrt{3}$	$1.7320508\dots$	$\sqrt{3}$
3の負の平方根	$-\sqrt{3}$	$-1.7320508\dots$	$-\sqrt{3}$
4の平方根	$\pm\sqrt{4}$	± 2	± 2
4の正の平方根	$\sqrt{4}$	2	2
4の負の平方根	$-\sqrt{4}$	-2	-2
8の平方根	$\pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$	$\pm 2.8284\dots$	$\pm 2\sqrt{2}$
8の正の平方根	$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$	$2.8284\dots$	$2\sqrt{2}$
8の負の平方根	$-\sqrt{8} = -2\sqrt{2}$	$-2.8284\dots$	$-2\sqrt{2}$

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ の理由

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

同様に、 $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3 \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

教科書 p50

「根号を含む式の掛け算・割り算」の解説（習うより、慣れよ！方式で行きましょう）

$$\sqrt{2^2} = 2, \sqrt{3^2} = 3, \sqrt{4^2} = 4, \sqrt{5^2} = 5,$$

$$(\sqrt{2})^2 = 2, (\sqrt{3})^2 = 3, (\sqrt{4})^2 = 4, (\sqrt{5})^2 = 5,$$

$\sqrt{\quad}$ とは、こういうものです。覚えるしかありません。

$$\sqrt{12} = \sqrt{2 \times 6} = \sqrt{3 \times 4} \quad \text{ですが、} \sqrt{3 \times 4} \text{ を使います。}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{3 \times 4} = \sqrt{3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3} \times 2 = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

これは $\sqrt{\quad}$ の性質

$\sqrt{\quad}$ は後ろへ、 \times の記号は省略

$$\sqrt{\frac{7}{25}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

これは $\sqrt{\quad}$ の性質

$\sqrt{1} = 1$	√記号は このように 使います。
$\sqrt{4} = 2$	
$\sqrt{9} = 3$	
$\sqrt{16} = 4$	
$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{64} = 8$
$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{100} = 10$

$$\sqrt{3} \text{ が 6 個} \quad + \quad \sqrt{3} \text{ が 2 個} = \sqrt{3} \text{ が 8 個}$$

$$6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$1 \text{ 個} \quad - \quad 3 \text{ 個} \quad + \quad 4 \text{ 個} = 1 \text{ 個} + 4 \text{ 個} - 3 \text{ 個} = (1+4-3) \text{ 個} = 2 \text{ 個}$$

$$\sqrt{5} \quad - \quad 3\sqrt{5} \quad + \quad 4\sqrt{5} = \sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = (1+4-3)\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

「分母の有理化」の解説（√記号の意味をいくつかの例で覚えよう）

これを、ここへ

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

これを、ここへ

これは、覚える

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$$

$$\sqrt{4} \times \sqrt{4} = 4$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$$

.....

これを、ここへ

$$\frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{5 \times 3}}{3} = \frac{6\sqrt{15}}{3} = \frac{2\sqrt{15}}{1} = 2\sqrt{15}$$

これを、ここへ

$$\sqrt{5} \times \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{5 \times 3} = \sqrt{15}$$

でしたよね！

↑ 約分してます！

例題1 「分母の有理化」とは、

「分母・分子に同じ数をかけて、分母を√のない形で表しなおす」こと。

この時、利用するお決まりの方法がこれ、↓

$$(\sqrt{\square} + \sqrt{\Delta})(\sqrt{\square} - \sqrt{\Delta}) = \square - \Delta$$

三個の例で覚えちゃいましょう！

$$\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{6 - 2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{7 - 3} = \frac{2(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{4} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{2}$$

参考

三顧の礼

気になる人は、ググってみてください。

「分数と小数」の解説

意味	分数で書く方法	小数で書く方法	
1 を 10 等分したときの 1 つ分	$\frac{1}{10}$	0.1	$\frac{1}{10} = 0.1$
1 を 100 等分したときの 1 つ分	$\frac{1}{100}$	0.01	$\frac{1}{100} = 0.01$
1 を 1000 等分したときの 1 つ分	$\frac{1}{1000}$	0.001	$\frac{1}{1000} = 0.001$
以 下 同 様			

覚え方

$$\frac{1}{1000} \rightarrow \frac{1000}{1} \rightarrow \frac{0001}{1} \rightarrow 0.001$$

上手くできていると思いませんか？



有限小数を分数に直す簡単な方法

$$0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}, \quad 0.025 = \frac{25}{1000} = \frac{1}{40}, \quad 0.0025 = \frac{25}{10000} = \frac{1}{400}$$

例 13

(1) $0.\dot{4} = 0.444 \dots$ とは、 $0.4 + 0.04 + 0.004 + 0.0004 + \dots$

これは、数学Ⅲの極限で勉強する内容です。厳密には大学まで行かないと習いません。大学まで行くと次の事実を扱います。

$$10 \times 0.\dot{4} = 10 \times 0.444 \dots = 4.444 \dots = 4 + 0.444 \dots$$

この事実のもとに、次のような計算が成り立ちます。

$$\begin{array}{r} 10 \times 0.\dot{4} = 4.444 \dots \\ - \quad 0.\dot{4} = 0.444 \dots \\ \hline \end{array}$$

$$9 \times 0.\dot{4} = 4.000 \dots \quad \text{よって、} 0.\dot{4} = \frac{4}{9}$$

(2)

$$100 \times 0.\dot{2}\dot{4} = 24.242424 \dots$$

$$\begin{array}{r} - \quad 0.\dot{2}\dot{4} = 0.242424 \dots \\ \hline \end{array}$$

$$99 \times 0.\dot{2}\dot{4} = 24.000 \dots \quad \text{よって、} 0.\dot{2}\dot{4} = \frac{24}{99} = \frac{8}{33}$$

教科書 p58

「1次方程式の解き方」の解説(等号 = をまたぐときの変化に着目しよう)

$4x + 3 = 11$
 \downarrow
 $4x = 11 - 3 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x \times 4 = 8$
 \downarrow
 $x = 8 \div 4 = 2$

=をまたぐと、
 +3 は、-3 に変わる

=をまたぐと、
 ×4 は、÷4 に変わる

答えの書き方は、 $x =$ の形

$2x - 3 = 5x - 9$
 \downarrow
 $2x = 5x - 9 + 3 \Rightarrow 2x = 5x - 6$
 \downarrow
 $2x - 5x = -6 \Rightarrow -3x = -6 \Rightarrow x \times (-3) = -6$
 \downarrow
 $x = -6 \div (-3) = 2$

=をまたぐと、
 -3 は、+3 に変わる

=をまたぐと、
 ×(-3) は ÷(-3) に変わる

-9+3 = -6 ですね！

2x - 5x = -3x ですね！

$\overbrace{5(x - 4)}^{-20} = 3x \Rightarrow 5x - 20 = 3x$ あとは例2と同じ。
 $\underbrace{5x}$

教科書 p59

文章題の考え方

1冊 140g のノートを x 冊まとめた重さは、700g より軽かった。
 = 1冊 140g のノートを x 冊まとめた重さは、軽かった 700g より。

$140 \times x \text{ g} = 140x \text{ g}$ $<$

式にするときは、共通の単位を省略して、

$140x < 700$

不等式を解く初歩的な考え方

$140x < 700$ とは、 $140 \times x < 700$ ですね！

$140 \times 1 = 140 < 700$

$140 \times 2 = 280 < 700$

$140 \times 3 = 420 < 700$

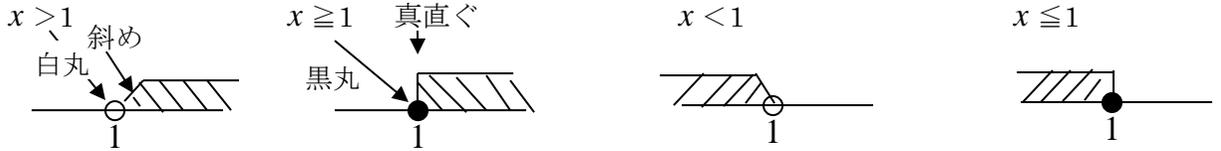
$140 \times 4 = 560 < 700$

$140 \times 6 = 840 > 700$

$140 \times (6 \text{ 以上の整数}) > 700$ よって、 $x = 1, 2, 3, 4, 5$

教科書 p61

「不等式と数直線」の解説



教科書 p62~p63 (教科書に沢山例があります。よく読んでください。)

$a < b$ に、掛け算、割り算が施される時の注意点

$\times(-4)$ とか、 $\times(-7)$ とか、 $\times\left(-\frac{1}{4}\right)$ とか、 $\div(-4)$ とか、 $\div(-7)$ とか、 $\div\left(-\frac{1}{4}\right)$ とか、

が付くと、 $<$ 、 \leq 、 $>$ 、 \geq の向きが逆転する、ということ。

たとえば、 $1 < 5$ ですね。

このとき、 $1 \times (-4) > 5 \times (-4)$

教科書 p64

「不等式の解き方」の解説

$$x - 3 \geq 2 \quad \boxed{-3 \text{ は、} +3 \text{ に変わる}}$$

$$x \geq 2 + 3 \Rightarrow x \geq 5$$

例 11 の解説 (掛け算だけでやってみましょう)

$$6x \leq 12 \Rightarrow x \times 6 \leq 12 \times \frac{1}{6} \Rightarrow x \leq 2 \quad \boxed{6 \times \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1 \text{ ですね!}} \quad \boxed{12 \times \frac{1}{6} = \frac{12}{6} = \frac{2}{1} = 2 \text{ ですね!}}$$

$$\boxed{4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ ですね!}} \quad \boxed{-8 \times \frac{1}{4} = \frac{-8}{4} = \frac{-2}{1} = -2 \text{ です}}$$

$$4x \geq -8 \Rightarrow x \times 4 \geq -8 \Rightarrow x \times 4 \times \frac{1}{4} \geq -8 \times \frac{1}{4} \Rightarrow x \geq \frac{-8}{4} \Rightarrow x \geq -2$$

$$\boxed{-3 \times \frac{1}{-3} = \frac{-3}{-3} = 1 \text{ ですね!}}$$

$$-3x < 9 \Rightarrow x \times (-3) < 9 \Rightarrow x \times (-3) \times \frac{1}{-3} > 9 \times \frac{1}{-3} \Rightarrow x > \frac{9}{-3}$$

$$\boxed{\text{ここで向きが変わる}} \Rightarrow x > -3$$

$$\boxed{-8 \times \frac{1}{4} = \frac{-8}{4} = \frac{-2}{1} = -2 \text{ ですね!}}$$

$$-2x > -6 \Rightarrow x \times (-2) > -6 \Rightarrow x \times (-2) \times \frac{1}{-2} < -6 \times \frac{1}{-2} \Rightarrow x < \frac{-6}{-2}$$

$$\boxed{-2 \times \frac{1}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1 \text{ ですね!}}$$

$$\boxed{\text{ここで向きが変わる}} \Rightarrow x < 3$$

$$\boxed{-6 \times \frac{1}{-2} = \frac{-6}{-2} = \frac{3}{1} = 3 \text{ ですね!}}$$

教科書 p68

「平方根の考えを用いる解き方」の解説（ここは、覚えるところです。計算らしい計算はありません。）

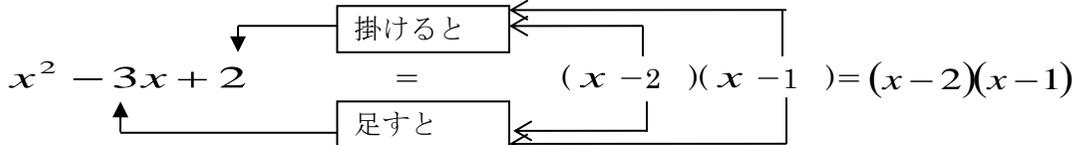
実数 x について、次の3つは同じことです。

「 $x^2 = 7$ 」 と 「 x は7の平方根である」 と 「 $x = \pm\sqrt{7}$ 」

そこで、「方程式 $x^2 = 7$ を解け」と来たら、「 $x = \pm\sqrt{7}$ 」と答えます。

合言葉みたいなものです。

「因数分解を利用する解き方」の解説



よって、 $x^2 - 3x + 2 = 0$ は、 $(x-2)(x-1) = 0$ と同じ。答えは、 $x = 2, 1$

覚えておこう！2次方程式

$(x-2)(x+1) = 0$ の答えは、 $x = 2, -1$

$(x+2)(x+1) = 0$ の答えは、 $x = -2, -1$

$(x+2)(x-1) = 0$ の答えは、 $x = -2, 1$

教科書 70

「解の公式」の解説

覚え方→パーツに分ける方法

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解

1 $D = b^2 - 4ac$

2 $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

例 $2x^2 - 3x - 1 = 0$

1 $D = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 9 + 8 = 17$

2 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{17}}{2 \times 2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$

「関数の値」の解説

$y = -3x + 4$ は、 $y = (-3) \times x + 4$ を省略して書いたものです。

$x = 2$ に対応する y の値は、 $y = (-3) \times 2 + 4 = -6 + 4 = -2$

↑
 $(-3) \times 2$ を
 先に計算します。

$6 - 4 = 2$ これは大丈夫でしょ！
 以下の計算も大丈夫ですか？
 $-6 + 4 = -2$ 、 $4 - 6 = -2$
 $-6 - 4 = -10$

$x = -1$ に対応する y の値は、 $y = (-3) \times (-1) + 4 = 3 + 4 = 7$

↑
 $(-3) \times (-1)$ を
 先に計算します。

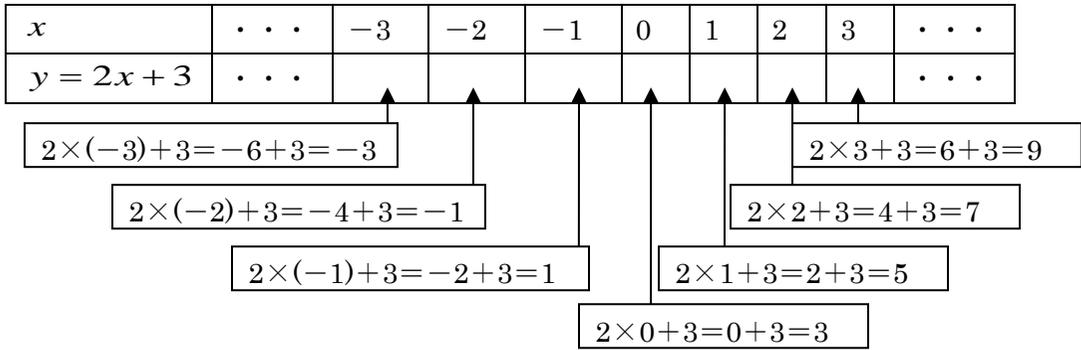
$x = \frac{2}{3}$ に対応する y の値は、 $y = (-3) \times \frac{2}{3} + 4 = -2 + 4 = 2$

↑
 $(-3) \times \frac{2}{3}$ を
 先に計算します。

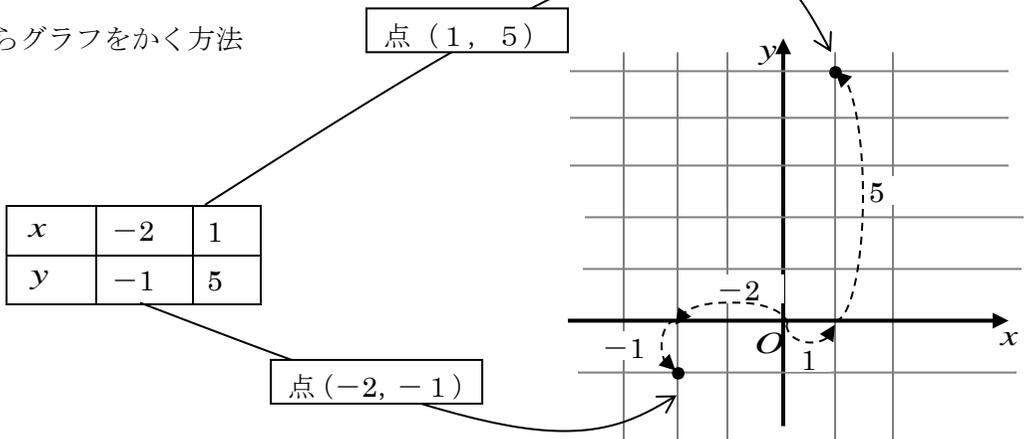
$-2 + 4 = 4 - 2 = 2$
 ですね！

$(-3) \times \frac{2}{3} = \frac{(-3) \times 2}{3}$
 $= \frac{(-1) \times 2}{1} = -2$

「1次関数のグラフの解説 (暗算では難しいと思います)」

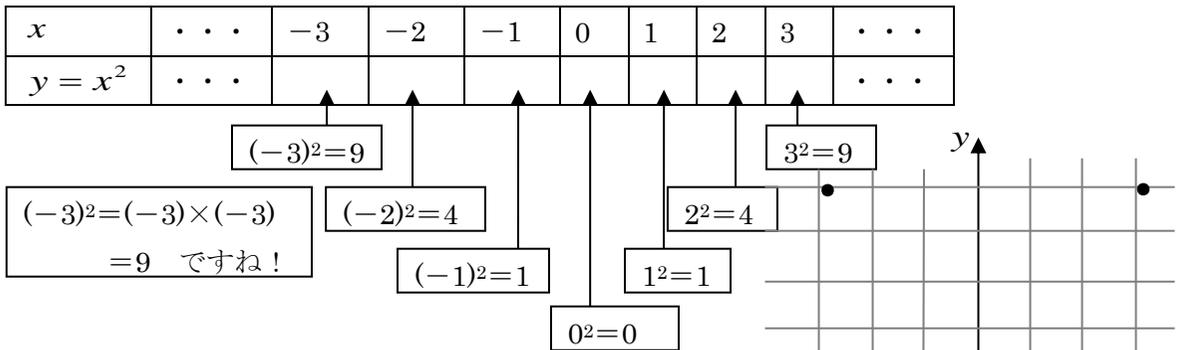


表からグラフをかく方法



他の点も座標にかき込むと、グラフの形が分かってきます。

「 $y=x^2$ のグラフ」の解説



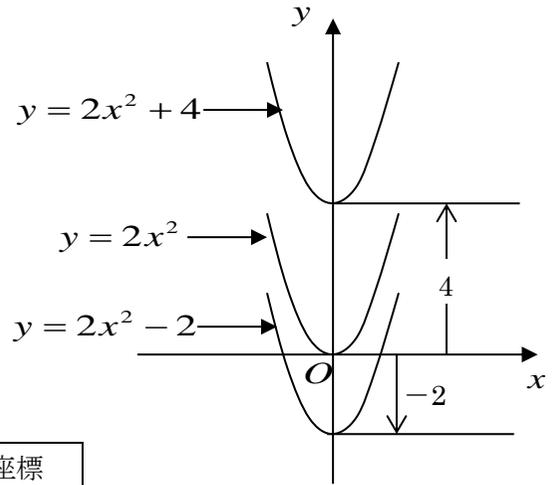
表をもとに、座標をいれると、右図のとおり。

これらの点を、星座をかくように滑らかに結ぶと

2次関数 $y = x^2$ のグラフがかけます。

教科書 p82

「 $y = ax^2 + q$ のグラフ」の解説
 (ここで大事なのは、次の事実)



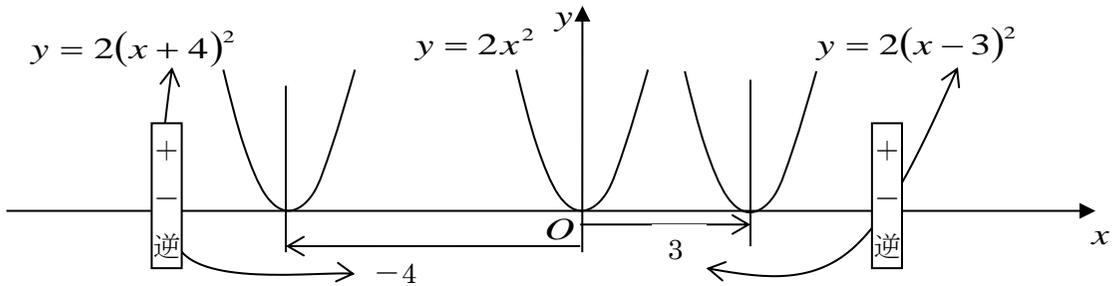
	形	軸の方程式	頂点の座標
$y = 2x^2 + 4$	下に凸	$x = 0$	$(0, 4)$
$y = 2x^2$	下に凸	$x = 0$	$(0, 0)$
$y = 2x^2 - 2$	下に凸	$x = 0$	$(0, -2)$

y 軸方向に 4 平行移動

y 軸方向に -2 平行移動

教科書 p84

「 $y = a(x-p)^2$ のグラフ」の解説 (ここで大事なのは、次の事実)



	$y = 2(x + 4)^2$	$y = 2x^2$	$y = 2(x - 3)^2$
形	下に凸	下に凸	下に凸
軸の方程式	$x = -4$	$x = 0$	$x = 3$
頂点の座標	$(-4, 0)$	$(0, 0)$	$(3, 0)$

x 軸方向に -4 平行移動

x 軸方向に 3 平行移動

「 $y = a(x-p)^2 + q$ のグラフ」の解説

(関数の式のどこを見て、どうグラフをかくかを覚えましょう)

ここに、 $-$ がついていないので、グラフの形は、

$$y = (x - 2)^2 + 1$$

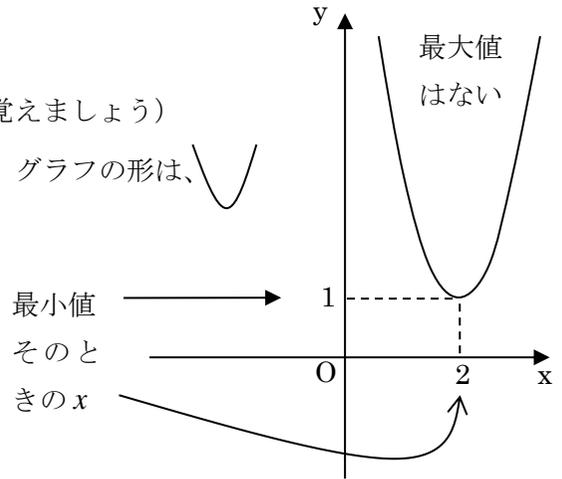
↑ 逆
↑ 同じ

頂点の座標は、(+2 , +1)

↑
同じ

軸の方程式は、 $x = +2$

ふつう、+2の+は省略して
 $x = 2$ とかきます。



答えの書き方
最大値はない
最小値は 1 ($x = 2$)

(関数の式のどこを見て、どうグラフをかくかを覚えましょう)

ここに、 $-$ がついているので、グラフの形は、

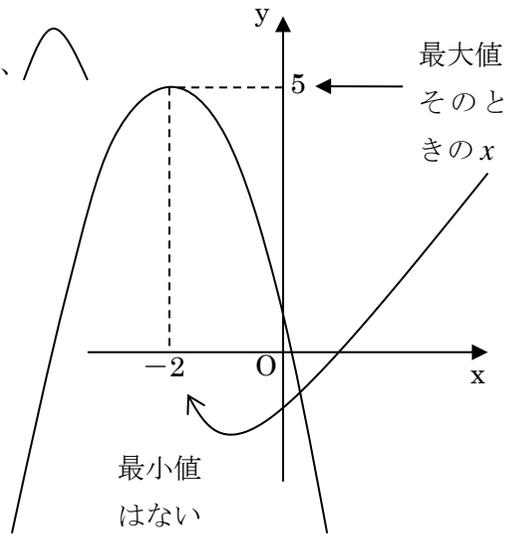
$$y = -(x + 2)^2 + 5$$

↑ 逆
↑ 同じ

頂点の座標は、(-2 , +5)

↑
同じ

軸の方程式は、 $x = -2$



答えの書き方
最大値は 5 ($x = -2$)
最小値はない

教科書 p88

「 $y=a(x-p)^2+q \rightarrow y=ax^2+bx+c$ の変形」の解説

例えば、 $y=x^2-6x+10$ は、 $y=(x-3)^2+1$ と変形しておくとう便利です。

なぜか？

$y=x^2-6x+10$ のままでは、軸の方程式も、頂点の位置も分かりません。

$y=(x-3)^2+1$ と変形すれば、軸の方程式は、 $x=3$ 、頂点の座標は、 $(3, 1)$ と分かります。

では、どのように変形するか？

$y=x^2-6x+10$ の x^2-6x の部分に着目します。

$$x^2-6x+9=(x-3)^2$$

ですから、

$$x^2-6x+10=(x-3)^2+1 \quad \text{以上、終わりです。}$$

では、 $y=2x^2-4x+3$ はどうか？

$2x^2$ の 2 が邪魔ですね。

そこで、

$y=2(x^2-2x)+3$ と変形して、 x^2-2x の部分に着目します。

$$x^2-2x+1=(x-1)^2$$

ですから、

$$x^2-2x=(x-1)^2-1$$

よって、 $2(x^2-2x)+3=2((x-1)^2-1)+3$

$$=2(x-1)^2-2+3$$

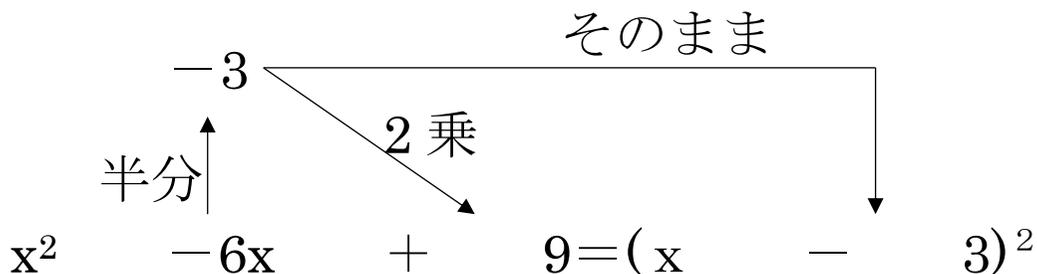
$$=2(x-1)^2+1 \quad \text{以上、終わりです。}$$

少し手間はかかりますが、RDN！練習すればできるようになります。

次のページに補足

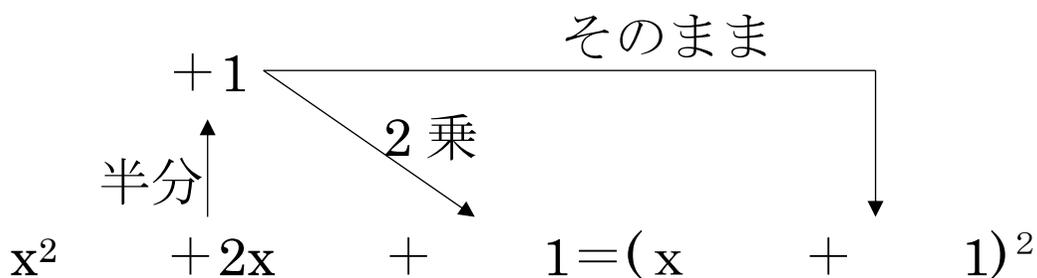
補足

$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$ の見方



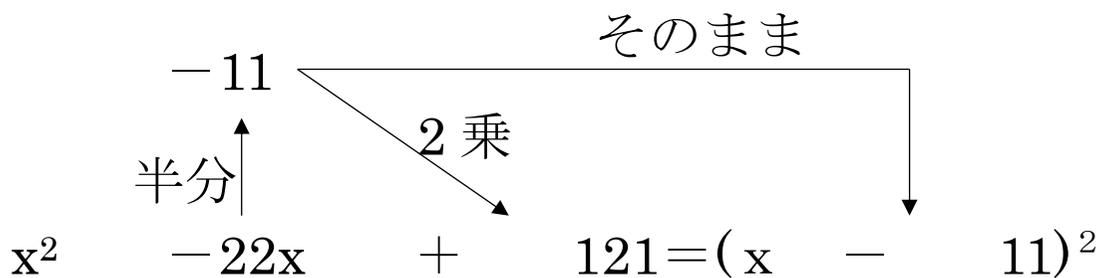
少し練習してみましょうか

$x^2 + 2x + \textcircled{ア} = (x + \textcircled{イ})^2$



$\textcircled{ア} = 1, \textcircled{イ} = +1$

$x^2 - 22x + \textcircled{ウ} = (x - \textcircled{エ})^2$ の見方



$\textcircled{ウ} = 121, \textcircled{エ} = -11$

2次方程式の解き方から復習しますね！

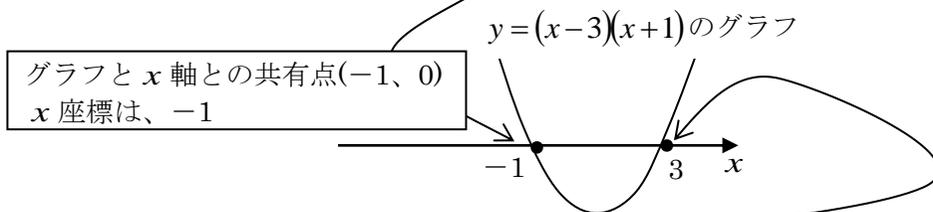
<因数分解で解ける場合>

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = (x - 3)(x + 1)$$

↑ 掛けると ↓ 足すと

よって、 $y = x^2 - 2x - 3$ は、 $y = (x - 3)(x + 1)$ と同じ。

$x = -1$ のとき $y = (-1 - 3)(-1 + 1) = -4 \times 0 = 0$



$x = 3$ のとき $y = (3 - 3)(3 + 1) = 0 \times 4 = 0$

以上、解説

実は、次のように解答はもっと簡単にかける。

「問題 2次関数 $y = x^2 - 2x - 3$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標を求めよ。」の解答の書き方

2次方程式 $0 = x^2 - 2x - 3$ の解を求めればよい。 $(x - 3)(x + 1) = 0$ と変形して、 $x = -1, 3$

<因数分解できない場合>

まず、解の公式の覚え方 → 学習書 14p にも解説があります。

左 x^2 中 x 右 $= 0$ の答えは、

$$x = \frac{- \text{中} \pm \sqrt{\text{中}^2 - 4 \times \text{左} \times \text{右}}}{2 \times \text{左}}$$

$y = x^2 - 3x + 1$ を次のように変形して、

$$y = \frac{1}{\text{左}} \times x^2 - \frac{3x}{\text{中}} + \frac{1}{\text{右}}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$y = x^2 - 2x + 1$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標の求め方

要するに、2次方程式を解けばいいんです！ 上手く因数分解できないときは、解の公式です

$y = x^2 - 2x + 1$ を次のように変形して、

$$y = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{左}}}{1} \times x^2 - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{中}}}{2} x + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{右}}}{1}$$

$$x = \frac{\overset{\substack{\downarrow \\ \text{中}}}{-(-2)} \pm \sqrt{\overset{\substack{\downarrow \\ \text{中}}}{(-2)^2} - 4 \times \overset{\substack{\downarrow \\ \text{左}}}{1} \times \overset{\substack{\downarrow \\ \text{右}}}{1}}}{\underset{\substack{\uparrow \\ \text{左}}}{2 \times 1}}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$\sqrt{0} = 0$ です

2次関数 $y = x^2 - 4x + 3$ のグラフを簡単にかく方法、

i) $x^2 - 4x + 3 = 0$ を解く

$$x^2 - 4x + 3 = \overset{\substack{\leftarrow \\ \text{掛けると}}}{(x-3)(x-1)} = (x-3)(x-1)$$

$$\overset{\substack{\leftarrow \\ \text{足すと}}}{(x-3)(x-1)} = 0$$

$(x-3)(x-1) = 0$ を解いて、 $x = 3, 1$

解の公式を利用すると、

$$y = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{左}}}{1} \times x^2 - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{中}}}{4} x + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{右}}}{3}$$

$$x = \frac{\overset{\substack{\downarrow \\ \text{中}}}{-(-4)} \pm \sqrt{\overset{\substack{\downarrow \\ \text{中}}}{(-4)^2} - 4 \times \overset{\substack{\downarrow \\ \text{左}}}{1} \times \overset{\substack{\downarrow \\ \text{右}}}{3}}}{\underset{\substack{\uparrow \\ \text{左}}}{2 \times 1}}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = 3, 1$$

注意！
 $\frac{4 \pm 2}{2}$ とは、
 $\frac{4+2}{2}$ または $\frac{4-2}{2}$

グラフより、

$x^2 - 4x + 3 < 0$ の解は、 $1 < x < 3$

$x^2 - 4x + 3 = 0$ の解は、 $x = 1, 3$

$x^2 - 4x + 3 > 0$ の解は $x < 1, 3 < x$

