

教科書 p14

例 2 の解説

$$5 \times a = 5a$$

$$3 \times a \times a = 3aa = 3a^2$$

記号×を省く

aaはa²と書く

$$x \times x \times y \times x \times (-1) = (-1) \times x \times x \times x \times y = (-1)x^3 \times y = -x^3 \times y = -x^3y$$

数が先頭、文字はアルファベット順

係数 -1 について

$$-1x^3 \text{ は } -x^3$$

$$-1x \text{ は } -x$$

$$-1ab \text{ は } -ab$$

のように書く。

教科書 p15

例 3 の解説

$$a \div 6 = \frac{a}{6}$$

$$x \div (-2) = \frac{x}{-2} = -\frac{x}{2}$$

記号÷は分数で表す

分母・分子が負の数の場合

$$\frac{x}{-2} \text{ と } \frac{-x}{2} \text{ は } -\frac{x}{2} \text{ と書く}$$

例 4 の解説

1本 a 円の鉛筆を 3本 と 1個 80 円の消しゴム 1個買った時の代金は

$$\begin{aligned} a + a + a \\ = 3 \times a = 3a \end{aligned}$$

+

$$80$$

$$= 3a + 80 \text{ 円}$$

a (cm) のテープを 4人で等しく分けたときの 1人分のテープの長さは

÷4 で計算します
例：20個を4人で分けると
1人分は $20 \div 4 = \frac{20}{4} = 5$

$$a \div 4 = \frac{a}{4}$$

教科書 p16

例 5 の解説

$$4x = 4 \times x$$

↑ 係数

↑ 文字 1 個

↑ 次数

$$-3ab = (-3) \times a \times b$$

↑ 係数

↑ 文字 2 個

↑ 次数

$$a^2b = 1 \times a \times a \times b$$

↑ 係数

↑ 文字 3 個と数える

↑ 次数

教科書 p18

例 9 の解説

$x - 3$ と $x + (-3)$ は同じものです。つまり、 $x - 3 = x + (-3)$

また、 $(x-3) = \{x+(-3)\}$ これもよく出てくる式です。

$$\begin{array}{c} \boxed{5x} \\ \hline 5(x-3) = 5x - 15 \\ \hline \boxed{-15} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \boxed{-3x^2} \\ \hline -3(x^2 + 2x - 3) = -3x^2 - 6x + 9 \\ \hline \boxed{-6x} \quad \boxed{+9} \end{array}$$

$(-3) \times (-3) = 9$
 $(-1) \times (-2) = 2$
 などは大丈夫でしょうか？

$$\begin{array}{c} \boxed{-x^2} \\ \hline -(x^2 + 3x - 2) = -x^2 - 3x + 2 \\ \hline \boxed{-3x} \quad \boxed{+2} \end{array}$$

例題1の解説

$A = 3x^2 + 6x + 4$ 、 $B = 2x^2 - 4x - 3$ のとき、

$A + B = (3x^2 + 6x + 4) + (2x^2 - 4x - 3)$ このようにまず、() を付けて書きます。

$$\begin{array}{c} \boxed{5x^2} \quad \boxed{1} \\ \hline = 3x^2 + 6x + 4 + 2x^2 - 4x - 3 \\ \hline \boxed{2x} \\ \hline = 5x^2 + 2x + 1 \end{array}$$

次に() を外します。

計算できる相手は決まっています。
 $3x^2 + 2x^2 = 5x^2$
 $6x - 4x = 2x$
 $3x^2 + 6x$ はこれ以上どうにもなりません
 参考： $3x^2 \times 6x$ は、計算できます。
 $3x^2 \times 6x = 18x^3$

$A - B = (3x^2 + 6x + 4) - (2x^2 - 4x - 3)$ このようにまず、() を付けて書きます。

$= 3x^2 + 6x + 4 - 2x^2 + 4x + 3$ 次に() を外します。+と-の変化に注意

$$\begin{array}{c} \boxed{x^2} \quad \boxed{7} \\ \hline = 3x^2 + 6x + 4 - 2x^2 + 4x + 3 \\ \hline \boxed{10x} \\ \hline = x^2 + 10x + 7 \end{array}$$

計算できる相手は決まっています。
 $3x^2 - 2x^2 = x^2$
 $6x + 4x = 10x$
 $6x + 4$ はこれ以上どうにもなりません
 参考： $6x \times 4$ は、計算できます。
 $6x \times 4 = 24x$

教科書 p20

	読み方	意味
x^2	x の 2 乗	$x \times x$
x^3	x の 3 乗	$x \times x \times x$
x^4	x の 4 乗	$x \times x \times x \times x$

以上踏まえたうえで、例 10 を参照

教科書 p21

例 12 の解説

$6x + 3x^4$ は、これ以上計算できないが、 $6x \times 3x^4 = 6 \times 3 \times x \times x^4$

$$= 18 \times x \times \underbrace{x \times x \times x \times x}_{x^4}$$

$$= 18x^5$$

$a^2b^2 + ab^3 = ab(ab + b^2)$ であるが、

$$a^2b^2 \times ab^3 = \underbrace{a \times a \times b \times b}_{ab^2} \times \underbrace{a \times b \times b \times b}_{b^3}$$

$$= a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b$$

$$= a^3b^5$$

$$(3x^2y^3)^2 = (3 \times x \times x \times y \times y \times y)^2 = (3 \times x \times x \times y \times y \times y) \times (3 \times x \times x \times y \times y \times y)$$

$$= 9 \times x^4 \times y^6 = 9x^4y^6$$

例 13 の解説

$$\boxed{3x^2}$$

$$\underbrace{3x(x - 5)}_{-15x} = 3x^2 - 15x$$

$$\boxed{-3x^2}$$

$$\underbrace{-3x(x - 5)}_{+15x} = -3x^2 + 15x$$

$$\boxed{3x^2}$$

$$\underbrace{3x(x + 5)}_{+15x} = 3x^2 + 15x$$

$$\boxed{-3x^2}$$

$$\underbrace{-3x(x + 5)}_{-15x} = -3x^2 - 15x$$

「習うより慣れよ」です！
この 4 つの違いを覚えよう。
理解するより、まず、覚えよう。

$$(x^2 - 6x + 3) \times (-2) = -2x^2 + 12x - 6$$

$-6x \times (-2) = +12x$

$+3 \times (-2) = -6$

$x^2 \times (-2) = -2x^2$

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{-8x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{12x^2} \\
 \hline
 (4x + 5)(3x - 2) = 12x^2 - 8x + 15x - 10 \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{+15x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{-10} \\
 \hline
 = 12x^2 + 7x - 10
 \end{array}$$

-8x + 15x = 7x です！注意しましょう
 参考
 8x - 15x = -7x
 -8x - 15x = -23x

教科書 p22

例 14 の解説 (乗法公式を覚えられなかった場合の対処法)

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{+3x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{x^2} \\
 \hline
 (x+3)^2 = (x+3) \times (x+3) = x^2 + 3x + 3x + 9 \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{+3x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{+9} \\
 \hline
 = x^2 + 6x + 9
 \end{array}$$

3x + 3x = +6x と計算できます。
 注意しましょう

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{-12x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{9x^2} \\
 \hline
 (3x-4)^2 = (3x-4) \times (3x-4) = 9x^2 - 12x - 12x + 16 \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{-12x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{+16} \\
 \hline
 = 9x^2 - 24x + 16
 \end{array}$$

-12x - 12x = -24x です！
 注意しましょう

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{-10xy} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{4x^2} \\
 \hline
 (2x+5y)(2x-5y) = 4x^2 - 10xy + 10xy - 25y^2 = 4x^2 - 25y^2 \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{+10xy} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{-25y^2} \\
 \hline
 \end{array}$$

例 15 の解説 (乗法公式を覚えられなかった場合の対処法)

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{-2x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{x^2} \\
 \hline
 (x+4) \times (x-2) = x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8 \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{+4x} \\
 \underbrace{\quad\quad\quad}_{-8} \\
 \hline
 \end{array}$$

-2x + 4x = 2x です！注意しましょう
 参考
 2x - 4x = -2x
 -2x - 4x = -6x

例 17 の解説 (習うより、慣れよ！方式で行きましょう)

$$x^2 + 2x = x(x+2) \quad x^2 + 3x = x(x+3) \quad x^2 + 4x = x(x+4)$$

$$x^2 - 2x = x(x-2) \quad x^2 - 3x = x(x-3) \quad x^2 - 4x = x(x-4)$$

$$3ax + 6ay = \underbrace{3a(x+2y)}_{+6ay}$$

$$2bx + 6by = \underbrace{2b(x+3y)}_{+6by}$$

$$x^2y - xy^2 = \underbrace{xy(x-y)}_{-xy^2}$$

$$x^2y^2 - xy^2 = \underbrace{xy^2(x-1)}_{-xy^2}$$

$xy \times x = x^2y$ 、 $xy \times y = xy^2$ 、 $xy^2 \times x = x^2y^2$ 、 $xy^2 \times 1 = xy^2$ です！注意しましょう

例 18、例 19 の解説 (次の方法は有効です。)

$$x^2 + 6x + 9 = \begin{array}{l} \leftarrow \text{掛けると} \\ (x+3)(x+3) = (x+3)^2 \\ \leftarrow \text{足すと} \end{array}$$

$$x^2 - 12x + 36 = \begin{array}{l} \leftarrow \text{掛けると} \\ (x-6)(x-6) = (x-6)^2 \\ \leftarrow \text{足すと} \end{array}$$

$$x^2 - 16 = x^2 + 0x - 16 = \begin{array}{l} \leftarrow \text{掛けると} \\ (x+4)(x-4) = (x+4)(x-4) \\ \leftarrow \text{足すと} \end{array}$$

$$x^2 + 5x - 6 = \begin{array}{l} \leftarrow \text{掛けると} \\ (x+6)(x-1) = (x+6)(x-1) \\ \leftarrow \text{足すと} \end{array}$$

例1の解説 (次のような表で覚えましょう)

	記号	値	計算式で用いるもの
3の平方根	$\pm\sqrt{3}$	$\pm 1.7320508\dots$	$\pm\sqrt{3}$
3の正の平方根	$\sqrt{3}$	$1.7320508\dots$	$\sqrt{3}$
3の負の平方根	$-\sqrt{3}$	$-1.7320508\dots$	$-\sqrt{3}$
4の平方根	$\pm\sqrt{4}$	± 2	± 2
4の正の平方根	$\sqrt{4}$	2	2
4の負の平方根	$-\sqrt{4}$	-2	-2
8の平方根	$\pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$	$\pm 2.8284\dots$	$\pm 2\sqrt{2}$
8の正の平方根	$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$	$2.8284\dots$	$2\sqrt{2}$
8の負の平方根	$-\sqrt{8} = -2\sqrt{2}$	$-2.8284\dots$	$-2\sqrt{2}$

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ の理由

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

同様に、 $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3 \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

例2の解説 (習うより、慣れよ！方式で行きましょう)

$$\sqrt{2^2} = 2, \sqrt{3^2} = 3, \sqrt{4^2} = 4, \sqrt{5^2} = 5,$$

$$(\sqrt{2})^2 = 2, (\sqrt{3})^2 = 3, (\sqrt{4})^2 = 4, (\sqrt{5})^2 = 5,$$

$\sqrt{\quad}$ とは、こういうものです。覚えるしかありません。

$$\sqrt{12} = \sqrt{2 \times 6} = \sqrt{3 \times 4} \quad \text{ですが、} \sqrt{3 \times 4} \text{ を使います。}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{3 \times 4} = \sqrt{3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3} \times 2 = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

これは $\sqrt{\quad}$ の性質

$\sqrt{\quad}$ は後ろへ、 \times の記号は省略

$$\sqrt{\frac{7}{25}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

これは $\sqrt{\quad}$ の性質

例3解説

$$\sqrt{3} \text{ が 6 個} \quad + \quad \sqrt{3} \text{ が 2 個} = \sqrt{3} \text{ が 8 個}$$

$$6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$1 \text{ 個} \quad - \quad 3 \text{ 個} \quad + \quad 4 \text{ 個} = 1 \text{ 個} + 4 \text{ 個} - 3 \text{ 個} = (1+4-3) \text{ 個} = 2 \text{ 個}$$

$$\sqrt{5} \quad - \quad 3\sqrt{5} \quad + \quad 4\sqrt{5} = \sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = (1+4-3)\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{\quad}$ 記号は
$\sqrt{4} = 2$	このように
$\sqrt{9} = 3$	使います。
$\sqrt{16} = 4$	
$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{64} = 8$
$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{100} = 10$

教科書 p32

例 6 の解説 (√記号の意味をいくつかの例で覚えよう)

これを、ここへ ↓

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

これを、ここへ ↑

これは、覚える

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$$

$$\sqrt{4} \times \sqrt{4} = 4$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$$

.....

これを、ここへ ↓

$$\frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{5 \times 3}}{3} = \frac{6\sqrt{15}}{3} = \frac{2\sqrt{15}}{1} = 2\sqrt{15}$$

これを、ここへ ↑

$$\sqrt{5} \times \sqrt{3} = \sqrt{5 \times 3} = \sqrt{15}$$

でしたよね!

約分してます!

教科書 p36

例 1 の解説 (等号 = をまたぐときの変化に着目しよう)

$$4x + 3 = 11$$

=をまたぐと、
+3 は、-3 に変わる

$$4x = 11 - 3 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x \times 4 = 8$$

=をまたぐと、
×4 は、÷4 に変わる

$$x = 8 \div 4 = 2$$

答えの書き方は、 $x =$ の形

例 2 の解説 (教科書とは少しやり方が違います)

$$2x - 3 = 5x - 9$$

=をまたぐと、
-3 は、+3 に変わる

$$2x = 5x - 9 + 3 \Rightarrow 2x = 5x - 6$$

-9 + 3 = -6 ですね!

=をまたぐと、
5x は -5x に変わる

$$2x - 5x = -6 \Rightarrow -3x = -6 \Rightarrow x \times (-3) = -6$$

2x - 5x = -3x ですね!

=をまたぐと、
×(-3) は ÷(-3) に変わる

$$x = -6 \div (-3) = 2$$

例 3 の解説

$$\overbrace{5(x - 4)}^{-20} = 3x \Rightarrow 5x - 20 = 3x \quad \text{あとは例 2 と同じ。}$$

5x
7 ページ

教科書 p38

例 4 の解説

1冊 140g のノートを x 冊まとめた重さは、700g より軽かった。
 = 1冊 140g のノートを x 冊まとめた重さは、軽かった 700g より。

$$\boxed{140 \times x \text{ g} = 140x \text{ g}} \quad \boxed{<}$$

式にするとときは、共通の単位を省略して、

$$140x < 700$$

例 5 の解説

$140x < 700$ とは、 $140 \times x < 700$ ですね！

$$140 \times 1 = 140 < 700$$

$$140 \times 2 = 280 < 700$$

$$140 \times 3 = 420 < 700$$

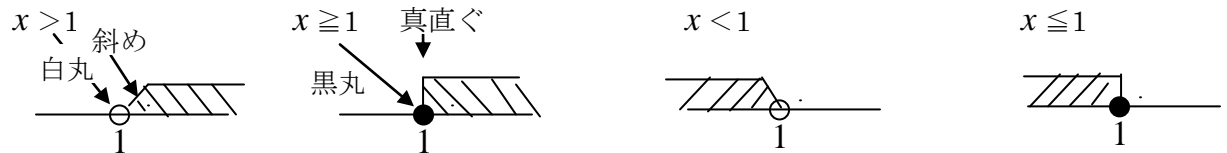
$$140 \times 4 = 560 < 700$$

$$140 \times 6 = 840 > 700$$

$140 \times (6 \text{ 以上の整数}) > 700$ よって、 $x = 1, 2, 3, 4, 5$

教科書 p39

例 6 の解説



教科書 p40~p41 (教科書に沢山例があります。よく読んでください。)

例 7~例 9 の要点

$a < b$ に、掛け算、割り算が施される、例えば、

$$\times(-4) \text{ とか、} \times(-7) \text{ とか、} \times\left(-\frac{1}{4}\right) \text{ とか、} \div(-4) \text{ とか、} \div(-7) \text{ とか、} \div\left(-\frac{1}{4}\right) \text{ とか、}$$

が付くと、 $<$ 、 \leq 、 $>$ 、 \geq の向きが逆転する、ということ。

たとえば、 $1 < 5$ ですね。

$$\text{このとき、} 1 \times (-4) > 5 \times (-4)$$

教科書 p42

例 10 の解説

$$x - 3 \geq 2 \quad \boxed{-3 \text{ は、} +3 \text{ に変わる}}$$

$$x \geq 2 + 3 \Rightarrow x \geq 5$$

例 11 の解説 (掛け算だけでやってみましょう)

8 ページ

$$\boxed{6 \times \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1 \text{ ですね!}}$$

$$\boxed{12 \times \frac{1}{6} = \frac{12}{6} = \frac{2}{1} = 2 \text{ ですね!}}$$

$$6x \leq 12 \Rightarrow x \times 6 \leq 12 \Rightarrow x \times 6 \times \frac{1}{6} \leq 12 \times \frac{1}{6} \Rightarrow x \times 1 \leq \frac{12}{6} \Rightarrow x \leq 2$$

$$4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ ですね!}$$

$$-8 \times \frac{1}{4} = \frac{-8}{4} = \frac{-2}{1} = -2 \text{ です}$$

$$4x \geq -8 \Rightarrow x \times 4 \geq -8 \Rightarrow x \times 4 \times \frac{1}{4} \geq -8 \times \frac{1}{4} \Rightarrow x \geq \frac{-8}{4} \Rightarrow x \geq -2$$

$$-3 \times \frac{1}{-3} = \frac{-3}{-3} = 1 \text{ ですね!}$$

$$-3x < 9 \Rightarrow x \times (-3) < 9 \Rightarrow x \times (-3) \times \frac{1}{-3} > 9 \times \frac{1}{-3} \Rightarrow x > \frac{9}{-3}$$

ここで向きが変わる

$$\Rightarrow x > -3$$

$$-2 \times \frac{1}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1 \text{ ですね!}$$

$$-8 \times \frac{1}{4} = \frac{-8}{4} = \frac{-2}{1} = -2 \text{ ですね!}$$

$$-2x > -6 \Rightarrow x \times (-2) > -6 \Rightarrow x \times (-2) \times \frac{1}{-2} < -6 \times \frac{1}{-2} \Rightarrow x < \frac{-6}{-2}$$

ここで向きが変わる

$$\Rightarrow x < 3$$

$$-6 \times \frac{1}{-2} = \frac{-6}{-2} = \frac{3}{1} = 3 \text{ ですね!}$$

教科書 p46

例 13 の解説 (ここは、覚えるところです。計算らしい計算はありません。)

実数 x について、次の 3 つは同じことです。

「 $x^2 = 7$ 」 と 「 x は 7 の平方根である」 と 「 $x = \pm\sqrt{7}$ 」

そこで、「方程式 $x^2 = 7$ を解け」と来たら、「 $x = \pm\sqrt{7}$ 」と答えます。

合言葉みないなものです。

例 14 解説

$$x^2 - 3x + 2 \quad \begin{array}{l} \swarrow \text{掛けると} \\ = \\ \searrow \text{足すと} \end{array} \quad (x-2)(x-1) = (x-2)(x-1)$$

よって、 $x^2 - 3x + 2 = 0$ は、 $(x-2)(x-1) = 0$ と同じ。答えは、 $x = 2, 1$

覚えておこう! 2次方程式

$$(x-2)(x+1) = 0 \text{ の答えは、 } x = 2, -1$$

$$(x+2)(x+1) = 0 \text{ の答えは、 } x = -2, -1$$

$$(x+2)(x-1) = 0 \text{ の答えは、 } x = -2, 1$$

例 2 の解説

$y = -3x + 4$ は、 $y = (-3) \times x + 4$ を省略して書いたものです。

$x = 2$ に対応する y の値は、 $y = (-3) \times 2 + 4 = -6 + 4 = -2$

↑
 $(-3) \times 2$ を
 先に計算します。

$6 - 4 = 2$ これは大丈夫でしょ！
 以下の計算も大丈夫ですか？
 $-6 + 4 = -2$ 、 $4 - 6 = -2$
 $-6 - 4 = -10$

$x = -1$ に対応する y の値は、 $y = (-3) \times (-1) + 4 = 3 + 4 = 7$

↑
 $(-3) \times (-1)$ を
 先に計算します。

$x = \frac{2}{3}$ に対応する y の値は、 $y = (-3) \times \frac{2}{3} + 4 = -2 + 4 = 2$

↑
 $(-3) \times \frac{2}{3}$ を
 先に計算します。

$-2 + 4 = 4 - 2 = 2$
 ですね！

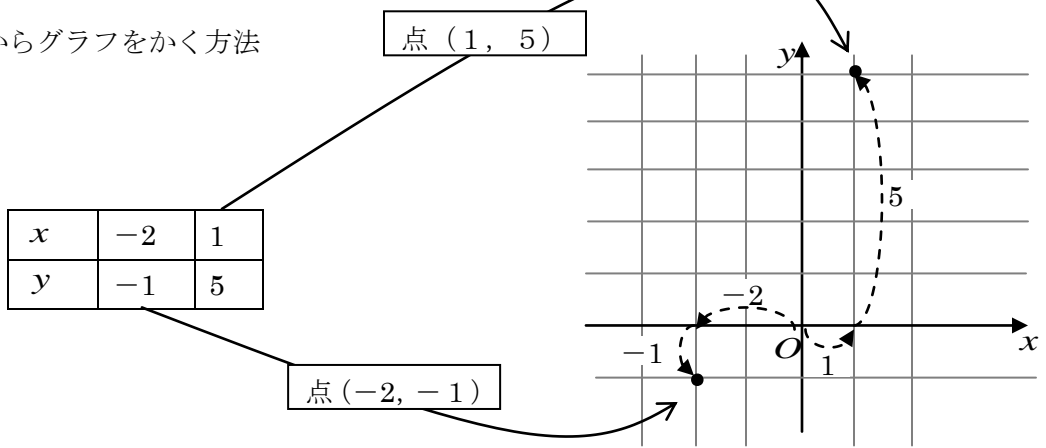
$(-3) \times \frac{2}{3} = \frac{(-3) \times 2}{3}$
 $= \frac{(-1) \times 2}{1} = -2$

例 3 の解説 (暗算では難しいと思います)

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = 2x + 3$

$2 \times (-3) + 3 = -6 + 3 = -3$								$2 \times 3 + 3 = 6 + 3 = 9$
	$2 \times (-2) + 3 = -4 + 3 = -1$						$2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7$	
		$2 \times (-1) + 3 = -2 + 3 = 1$			$2 \times 0 + 3 = 0 + 3 = 3$	$2 \times 1 + 3 = 2 + 3 = 5$		

表からグラフをかく方法



他の点も座標にかき込むと、グラフの形が分かってきます。

例 6 の解説

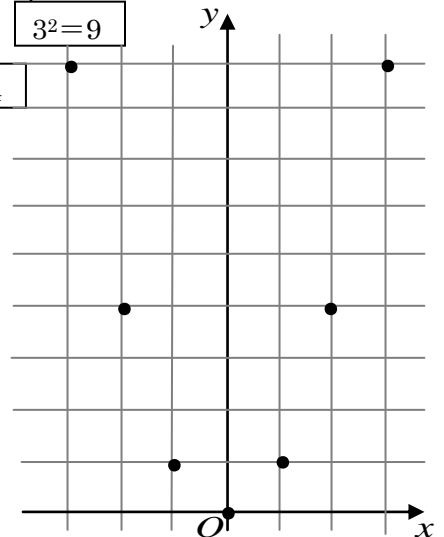
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = x^2$

$(-3)^2 = 9$								$3^2 = 9$
$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$ ですね!		$(-2)^2 = 4$				$2^2 = 4$		
			$(-1)^2 = 1$		$0^2 = 0$	$1^2 = 1$		

表をもとに、座標をいれると、右図のとおり。

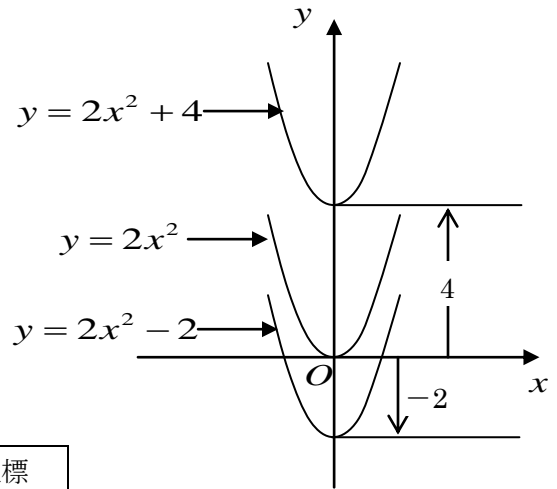
これらの点を、星座をかくように滑らかに結ぶと

2次関数 $y = x^2$ のグラフがかけます。



教科書 p62

例 9・10 の解説 (ここで大事なものは、次の事実)



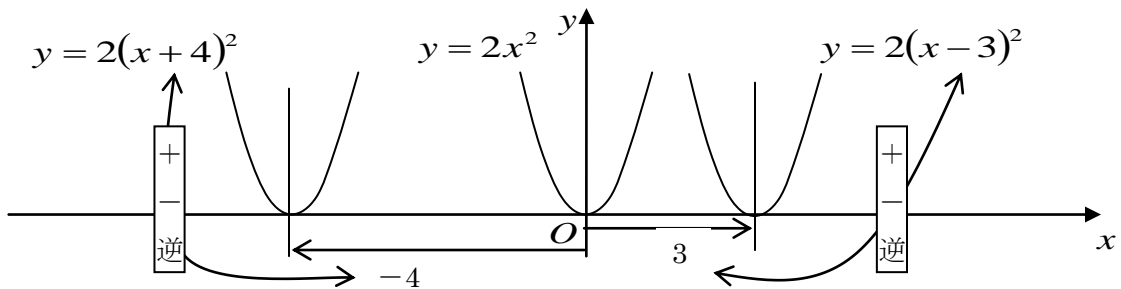
	形	軸の方程式	頂点の座標
$y = 2x^2 + 4$	下に凸	$x = 0$	(0, 4)
$y = 2x^2$	下に凸	$x = 0$	(0, 0)
$y = 2x^2 - 2$	下に凸	$x = 0$	(0, -2)

y 軸方向に 4 平行移動

y 軸方向に -2 平行移動

教科書 p62

例 11・12 の解説 (ここで大事なものは、次の事実)




	$y = 2(x + 4)^2$	$y = 2x^2$	$y = 2(x - 3)^2$
形	下に凸	下に凸	下に凸
軸の方程式	$x = -4$	$x = 0$	$x = 3$
頂点の座標	(-4, 0)	(0, 0)	(3, 0)

x 軸方向に -4 平行移動

x 軸方向に 3 平行移動

例1の解説（関数の式のどこを見て、どうグラフをかくかを覚えましょう）

ここに、 $-$ がついていないので、グラフの形は、

$$y = (x - 2)^2 + 1$$

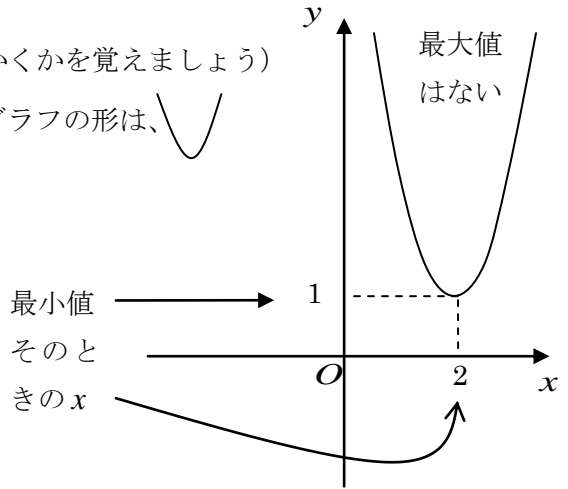
\uparrow 逆 \uparrow 同じ
 \uparrow \uparrow

頂点の座標は、(+2、+1)

同じ \updownarrow


軸の方程式は、 $x = +2$

ふつう、+2の+は省略して
 $x = 2$ とかきます。



答えの書き方
最大値はない
最小値は1 ($x = 2$)

例2の解説（関数の式のどこを見て、どうグラフをかくかを覚えましょう）

ここに、 $-$ がついているので、グラフの形は、

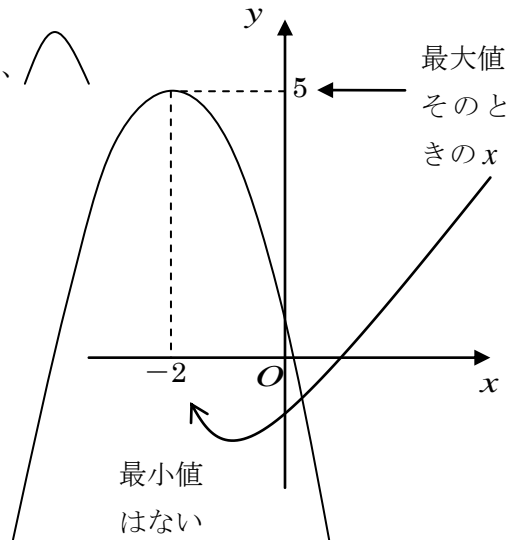
$$y = -(x + 2)^2 + 5$$

\uparrow 逆 \uparrow 同じ
 \uparrow \uparrow

頂点の座標は、(-2、+5)

同じ \updownarrow

軸の方程式は、 $x = -2$



答えの書き方
最大値は5 ($x = -2$)
最小値はない

例3の解説 (2次方程式の解き方から復習しますね!)

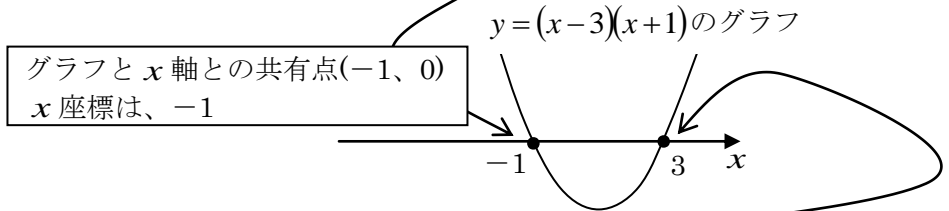
因数分解で解ける場合

$$x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) = (x-3)(x+1)$$

↑ 掛けると ↓ 足すと

よって、 $y = x^2 - 2x - 3$ は、 $y = (x-3)(x+1)$ と同じ。

$x = -1$ のとき $y = (-1-3)(-1+1) = -4 \times 0 = 0$



$x = 3$ のとき $y = (3-3)(3+1) = 0 \times 4 = 0$

グラフと x 軸との共有点 $(3, 0)$
 x 座標は、 3

以上、解説

実は、次のように解答はもっと簡単にかける。

「問題 2次関数 $y = x^2 - 2x - 3$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標を求めよ。」の解答の書き方
 2次方程式 $0 = x^2 - 2x - 3$ の解を求めればよい。 $(x-3)(x+1) = 0$ と変形して、 $x = -1, 3$

例4の解説 (因数分解できない場合)

先ず、解の公式の覚え方

左 x^2 中 x 右 $= 0$ の答えは、

$$x = \frac{- \text{中} \pm \sqrt{\text{中}^2 - 4 \times \text{左} \times \text{右}}}{2 \times \text{左}}$$

$y = x^2 - 3x + 1$ を次のように変形して、

$$y = \frac{1}{\text{左}} \times x^2 - \frac{3x}{\text{中}} + \frac{1}{\text{右}}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

例5の解説 (要するに、2次方程式を解けばいいんです!)

上手く因数分解できないときは、解の公式です

$y = x^2 - 2x + 1$ を次のように変形して、

$$y = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{左}}}{1} \times x^2 - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{中}}}{2} x + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{右}}}{1}$$

$$x = \frac{\overset{\substack{\downarrow \\ \text{中}}}{-(-2)} \pm \sqrt{\overset{\substack{\downarrow \\ \text{中}}}{(-2)^2} - 4 \times \overset{\substack{\downarrow \\ \text{左}}}{1} \times \overset{\substack{\downarrow \\ \text{右}}}{1}}}{\underset{\substack{\uparrow \\ \text{左}}}{2 \times 1}}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$\sqrt{0} = 0$ です

例7の解説

2次関数 $y = x^2 - 4x + 3$ のグラフを簡単にかく方法、

i) $x^2 - 4x + 3 = 0$ を解く

$$x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1) = (x-3)(x-1)$$

↑ 掛けると ↓ 足すと

$(x-3)(x-1) = 0$ を解いて、 $x = 3, 1$

解の公式を利用すると、

$$y = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{左}}}{1} \times x^2 - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{中}}}{4} x + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{右}}}{3}$$

$$x = \frac{\overset{\substack{\downarrow \\ \text{中}}}{-(-4)} \pm \sqrt{\overset{\substack{\downarrow \\ \text{中}}}{(-4)^2} - 4 \times \overset{\substack{\downarrow \\ \text{左}}}{1} \times \overset{\substack{\downarrow \\ \text{右}}}{3}}}{\underset{\substack{\uparrow \\ \text{左}}}{2 \times 1}}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = 3, 1$$

注意!

$\frac{4 \pm 2}{2}$ とは、

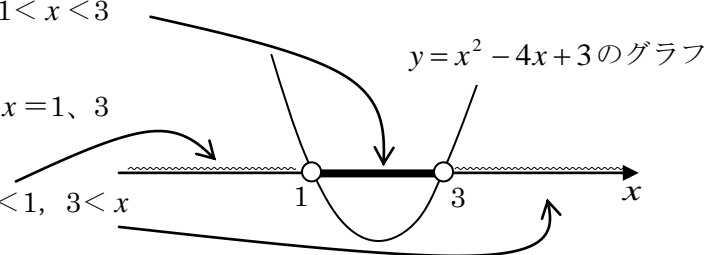
$\frac{4+2}{2}$ または $\frac{4-2}{2}$

グラフより、

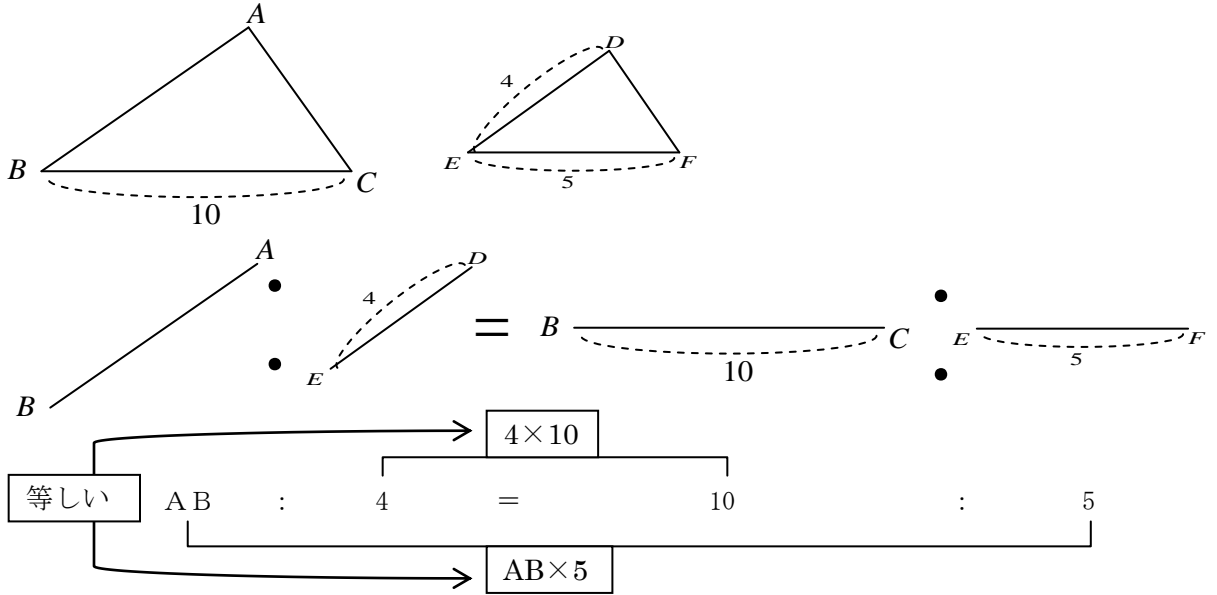
$x^2 - 4x + 3 < 0$ の解は、 $1 < x < 3$

$x^2 - 4x + 3 = 0$ の解は、 $x = 1, 3$

$x^2 - 4x + 3 > 0$ の解は $x < 1, 3 < x$



例 1 の解説



よって、 $5 \times AB = 4 \times 10 = 40$ これを解いて $AB = 8$

($5 \times 8 = 40$ ですから)

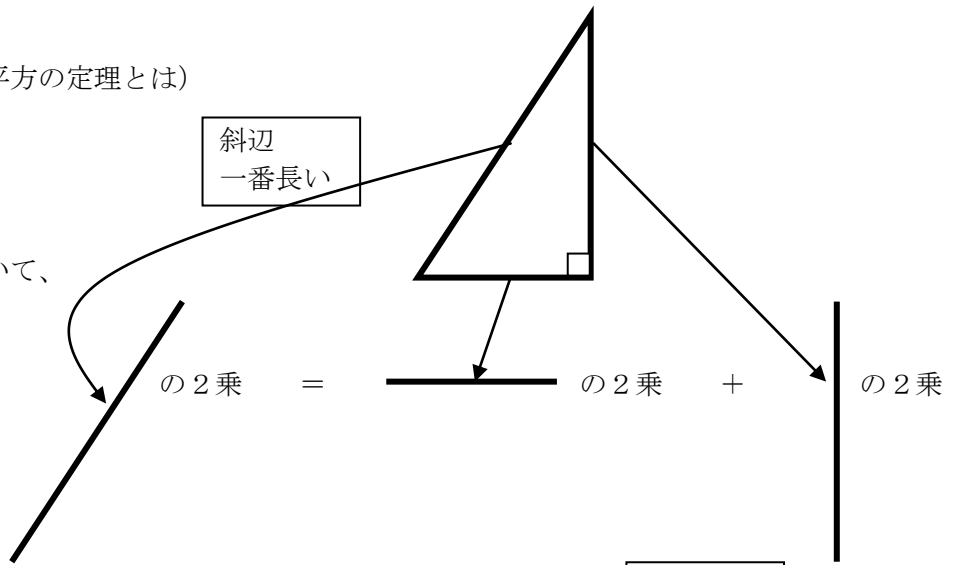
例 2 の解説 (三平方の定理とは)

直角三角形の

斜辺

と

残りの 2 辺について、

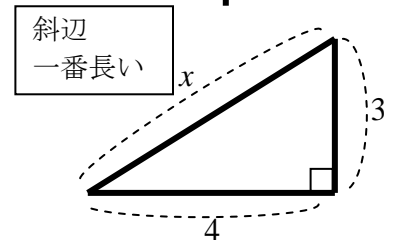


次のような図の場合、

$$x \text{ の } 2 \text{ 乗} = 4 \text{ の } 2 \text{ 乗} + 3 \text{ の } 2 \text{ 乗}$$

$$x^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$x > 0 \text{ より、} x = \sqrt{25} = 5$$

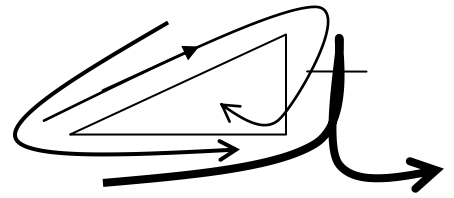


$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{36} = 6$	と直して使う。
$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$	などはそのまま使います。	

教科書 p89

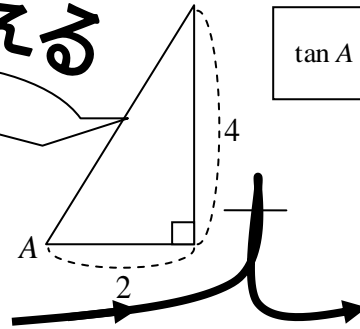
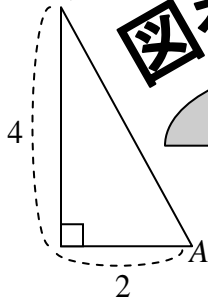
有名な覚え方

sin	の	s	→	筆記体	→	∩
cos	の	c	→		→	∪
tan	の	t	→		→	⊥



例4の解説

図をかきかえる



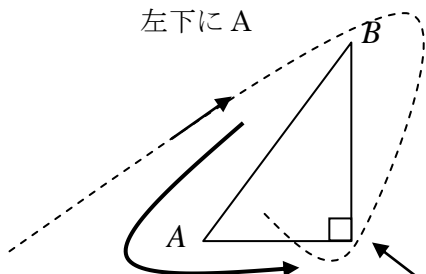
$\tan A = \frac{\text{対辺}}{\text{底辺}} = \frac{4}{2} = 2$
--

教科書 p91

例5解説

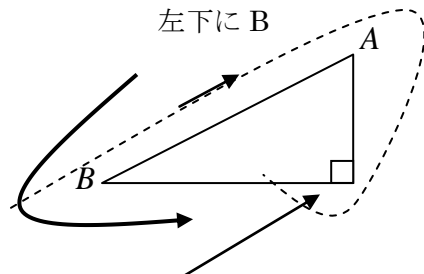
sin A、cos Aを考えると

左下に A



sin B、cos Bを考えると

左下に B



直角は右下に なるようにかく

例6について

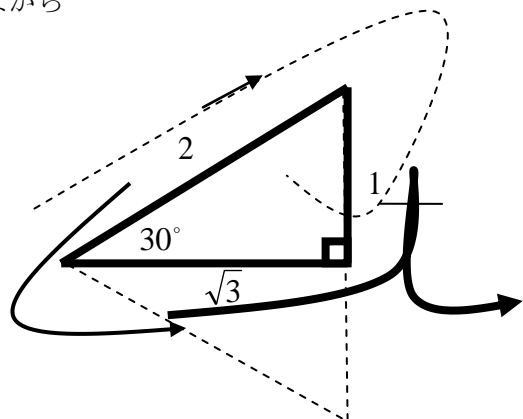
例えば次の図は覚える！！そして、これを見ながら

$$\sin 30^\circ = 2 \text{分の} 1 = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = 2 \text{分の} \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \sqrt{3} \text{分の} 1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

を書けるようにするんです。



例 7 解説

$\frac{BC}{10} = \tan 33^\circ$ で、 $\tan 33^\circ$ の値は教科書巻末の表に載っていますから、

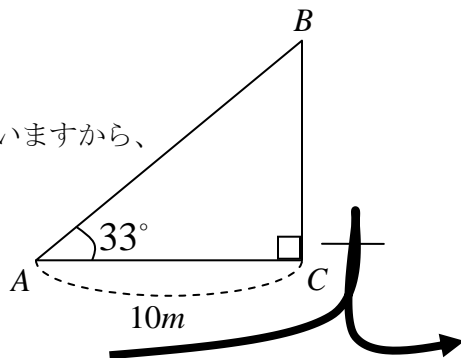
あとは、式の変形だけです。

式変形の仕方

例えば、 $\frac{80}{40} = 2$ ですね。これより、 $80 = 40 \times 2$

一般に、

$\frac{\text{上}}{\text{下}} = \text{横}$ は $\boxed{\text{上} = \text{下} \times \text{横}}$ と、変形することができる。



ちょっと練習してみましょう！

$\frac{12}{3} = 4 \Rightarrow \text{変形} \Rightarrow 12 = 3 \times 4$

$\frac{28}{4} = 7 \Rightarrow \text{変形} \Rightarrow 28 = 4 \times 7$

だから、 $\frac{BC}{10} = \tan 33^\circ \Rightarrow \text{変形} \Rightarrow BC = 10 \times \tan 33^\circ$

$= 10 \times 0.6494$

$= 6.494$

5

$= \cancel{6.494} \approx 6.5 \text{ (m)}$

巻末の表で調べると、
 $\tan 33^\circ = 0.6494$

$\boxed{\text{四捨五入して小数第1位まで}}$ とは、

$\boxed{\text{小数第2位を四捨五入する}}$ ということ

例えば、四捨五入して小数第1位まで求めると、

1 2 . 3 4 5 6 第2位を四捨五入 \rightarrow 1 2 . 3

1 2 3 . 4 5 6 第2位を四捨五入 \rightarrow 1 2 3 . 5

例 8 解説

角	正接(tan)
.	.
.	.
.	.
36°	0.7265
37°	0.7536
38°	0.7813

この表の見方

$\tan \theta = 0.7265$ なら、 $\theta = 36^\circ$

$\tan \theta = 0.7521$ なら、 $\theta \approx 37^\circ$

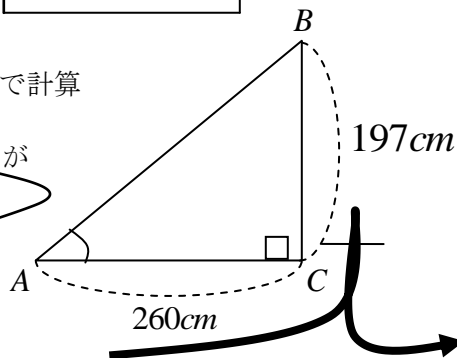
さて、この図で、

$\tan A = \frac{197}{260} \approx 0.7577$ ←電卓で計算

これにいちばん近いのが

で、 $A \approx 37^\circ$

ピッタリではないが、近い値のとき使う記号 \approx



教科書 p94

例 9 解説

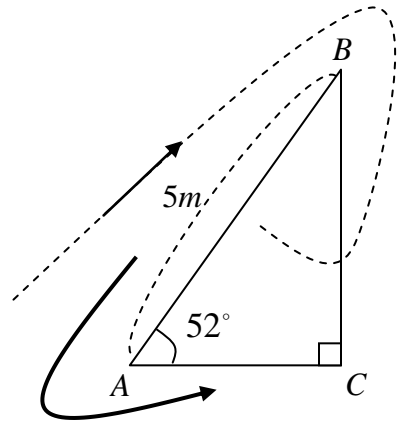
$$\frac{BC}{5} = \sin 52^\circ \Rightarrow \text{変形} \Rightarrow BC = 5 \times \sin 52^\circ$$

一般に、 $\frac{\text{上}}{\text{下}} = \text{横}$ は

$$\boxed{\text{上} = \text{下} \times \text{横}} \text{ と、}$$

変形することができる。

$$\begin{aligned} BC &= 5 \times \sin 52^\circ \\ &= 5 \times 0.7880 = 3.9400 \quad \leftarrow \text{電卓で計算} \\ &= \cancel{3.9400} \doteq 3.9 \text{ (m)} \end{aligned}$$



$\boxed{\text{四捨五入して小数第1位まで}}$ とは、
 $\boxed{\text{小数第2位を四捨五入する}}$ ということ

$$\frac{AC}{5} = \cos 52^\circ \Rightarrow \text{変形} \Rightarrow AC = 5 \times \cos 52^\circ$$

$$= 5 \times 0.6157 = 3.0785 \quad \leftarrow \text{電卓で計算}$$

$$= \cancel{3.0785} \doteq 3.1 \text{ (m)}$$

例 10 解説

角	正接(tan)
.	.
.	.
.	.
41°	0.6561
42°	0.6691
43°	0.6820

この表の見方

$$\sin \theta = 0.6561 \quad \text{なら、} \theta = 41^\circ$$

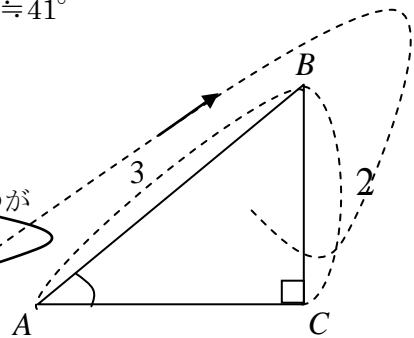
$$\sin \theta = 0.6520 \quad \text{なら、} \theta \doteq 41^\circ$$

さて、この図で、

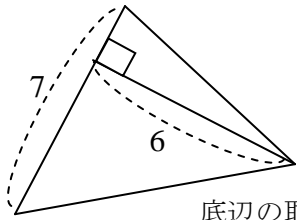
$$\sin A = \frac{2}{3} \doteq 0.6666$$

これにいちばん近いのが

で、 $A \doteq 42^\circ$



三角形の面積について復習しておきましょう。



三角形において、

$$\text{底辺} \times \text{高さ} \div 2 = \frac{\text{底辺} \times \text{高さ}}{2} = \frac{1}{2} \times \text{底辺} \times \text{高さ}$$

この式の答を、三角形の面積といいます。

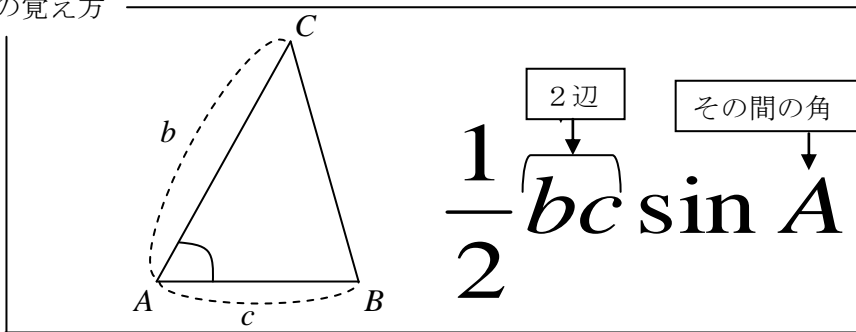
底辺の取り方は3通りありますが、この図の場合、

底辺 = 7 とすれば、高さ = 6、ですから、

$$\text{面積} = \frac{1}{2} \times 7 \times 6 = \frac{1 \times 7 \times 6}{2} = 21 \text{ です。}$$

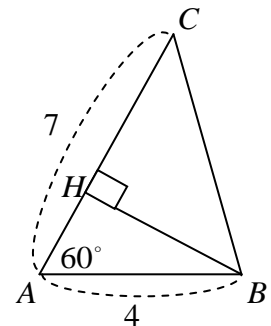
三角形の面積の公式: $\frac{1}{2}bc \sin A$ は、この考え方をもとに作られます。

公式の覚え方

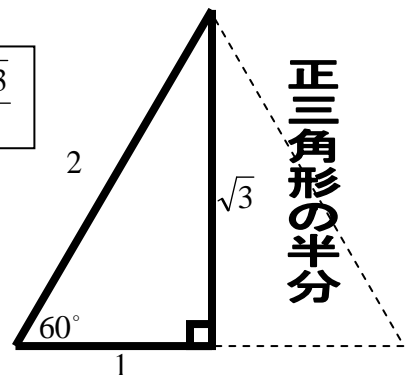


1 の解説

$$\begin{aligned} \text{面積} &= \frac{1}{2} \times \boxed{\text{2 辺}} \times \boxed{\text{2 辺}} \times \sin \boxed{\text{その間の角}} \dots \textcircled{1} \\ &= \frac{1}{2} \times 7 \times 4 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 7 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 7\sqrt{3} \end{aligned}$$



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

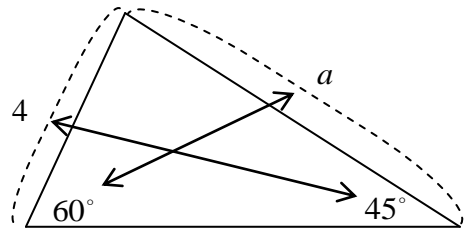


教科書 p101

例題 1 の解説 まず、図をかきましょう。

内角 60° の対辺の長さは $a \Rightarrow \frac{a}{\sin 60^\circ}$

内角 45° の対辺の長さは $4 \Rightarrow \frac{4}{\sin 45^\circ}$



この2つが同じである、というのが正弦定理

正弦定理より、

$$\frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{4}{\sin 45^\circ}$$

よって、 $a = \sin 60^\circ \times \frac{4}{\sin 45^\circ}$

$$= \sin 60^\circ \times 4 \div \sin 45^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 \div \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{6}$$

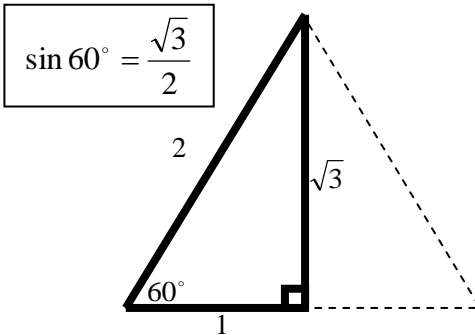
一般に、 $\frac{\text{上}}{\text{下}} = \text{横}$ は

$$\boxed{\text{上} = \text{下} \times \text{横}}$$
 と、

変形できます。

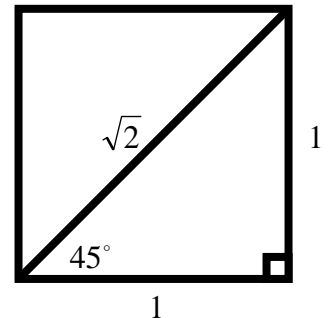
$$\left. \begin{array}{l} \div \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \times \frac{\sqrt{2}}{1} \end{array} \right\} \text{同じ}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$



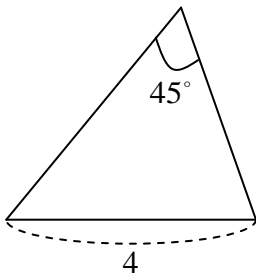
$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



例 2 の解説

内角 45° の対辺の長さは $4 \Rightarrow \frac{4}{\sin 45^\circ}$ この値が、外接円の直径と等しいことが分かっている。

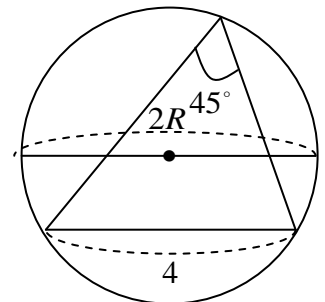


$$\frac{4}{\sin 45^\circ} = 2R \quad \text{あとは、計算}$$

$$2R = \frac{4}{\sin 45^\circ} = 4 \div \sin 45^\circ$$

$$= 4 \div \frac{1}{\sqrt{2}} = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{1} = 4\sqrt{2}$$

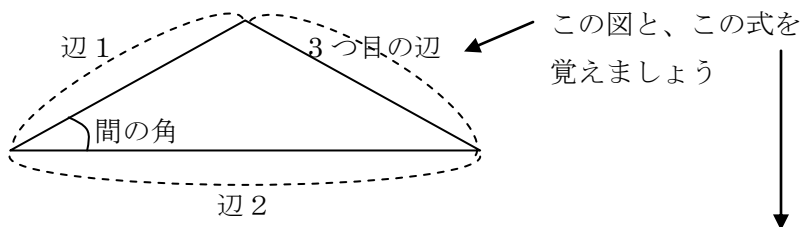
$$2R = 4\sqrt{2} \text{ より、 } R = 2\sqrt{2}$$



余弦定理が成り立つ理由は、教科書で確認して下さい！ここではその意味について説明します。

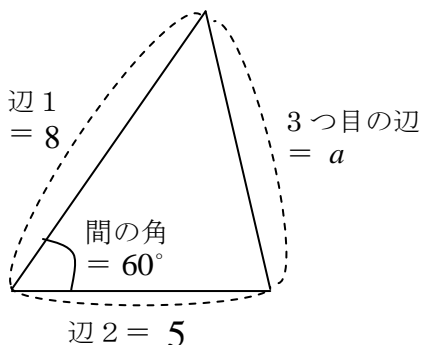
2 辺とその間の角が分る → 3 つ目の辺の長さが分る

公式の覚え方



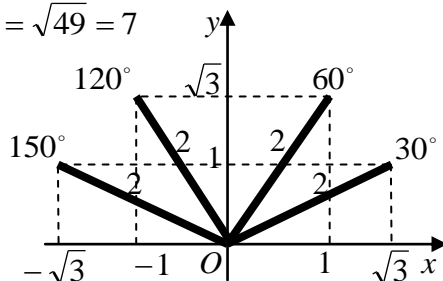
$$(3 \text{ つ目の辺})^2 = (\text{辺 } 1)^2 + (\text{辺 } 2)^2 - 2 \times (\text{辺 } 1) \times (\text{辺 } 2) \times \cos(\text{間の角})$$

例題 2 の解説



$$\begin{aligned} a^2 &= 8^2 + 5^2 - 2 \times 8 \times 5 \times \cos 60^\circ \\ &= 64 + 25 - 80 \times \cos 60^\circ \\ &= 89 - 80 \times \frac{1}{2} \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \\ &= 89 - 40 = 49 \\ a > 0 \text{ より、} a &= \sqrt{49} = 7 \end{aligned}$$

→ 下図



例 3 の解説

3 辺から、内角のコサインが求められる！

$$(3 \text{ つ目の辺})^2 = (\text{辺 } 1)^2 + (\text{辺 } 2)^2 - 2 \times (\text{辺 } 1) \times (\text{辺 } 2) \times \cos(\text{間の角})$$

この式を変形すると、

$$2 \times (\text{辺 } 1) \times (\text{辺 } 2) \times \cos(\text{間の角}) = (\text{辺 } 1)^2 + (\text{辺 } 2)^2 - (3 \text{ つ目の辺})^2$$

よって、

$$\cos(\text{間の角}) = \frac{(\text{辺 } 1)^2 + (\text{辺 } 2)^2 - (3 \text{ つ目の辺})^2}{2 \times (\text{辺 } 1) \times (\text{辺 } 2)}$$

これを公式として覚える必要はなく、

$$(3 \text{ つ目の辺})^2 = (\text{辺 } 1)^2 + (\text{辺 } 2)^2 - 2 \times (\text{辺 } 1) \times (\text{辺 } 2) \times \cos(\text{間の角})$$

これさえ、覚えてあれば、あとはただの式変形

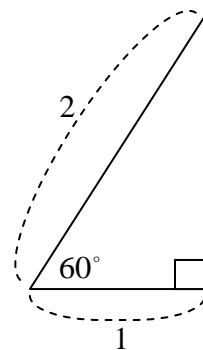
例 3 の場合、 $7^2 = 3^2 + 8^2 - 2 \times 3 \times 8 \times \cos A$

これを変形して、 $2 \times 3 \times 8 \times \cos A = 3^2 + 8^2 - 7^2$

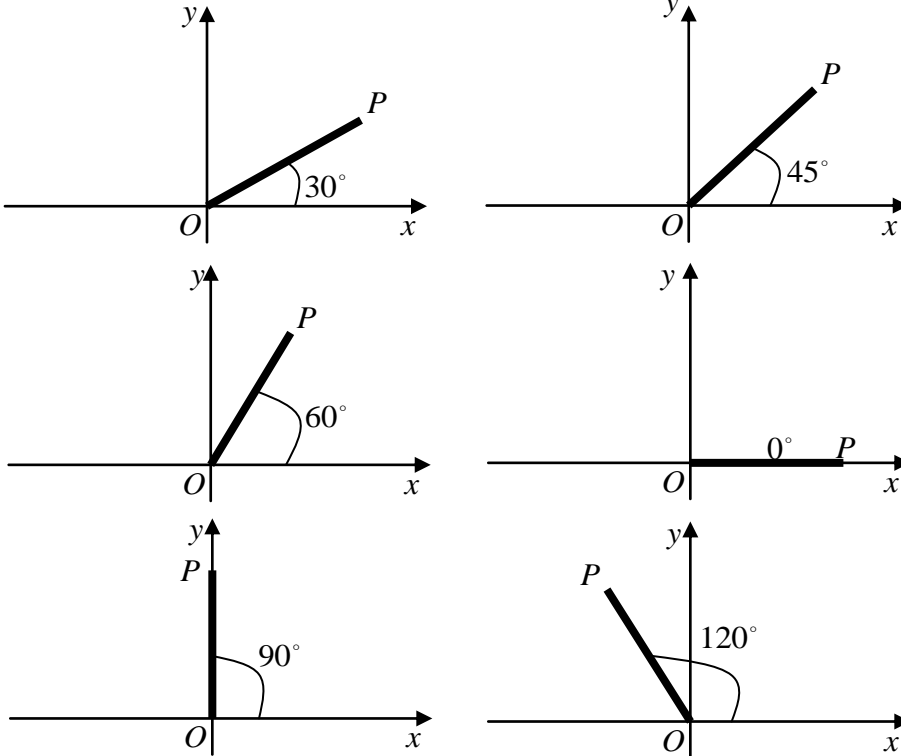
よって、 $48 \times \cos A = 9 + 64 - 49$

$$48 \times \cos A = 24 \quad \cos A = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$$

右図から、 $A = 60^\circ$ と分る。

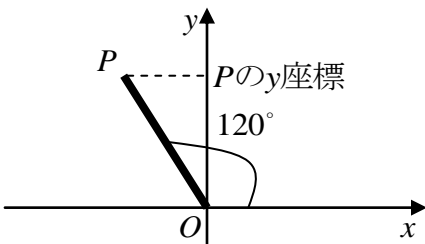


座標と三角比の関係 先ず、角の表し方を覚えましょう



例題 3 の解説

そこで、 $\sin 120^\circ$ を次のように定めます。(覚えるしかありません)

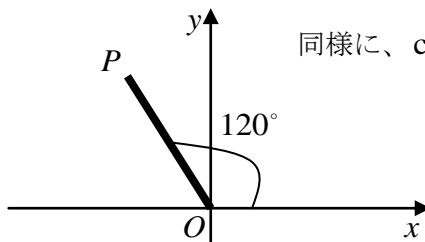
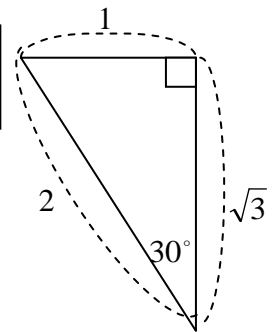


$$\sin 120^\circ = \frac{P\text{の}y\text{座標}}{OP\text{の長さ}}$$

OP の長さは計算しやすいものを選んでよい

$$OP = 2 \text{ とすると、} P\text{の}y\text{座標} = \sqrt{3}$$

$$\text{であることから、} \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



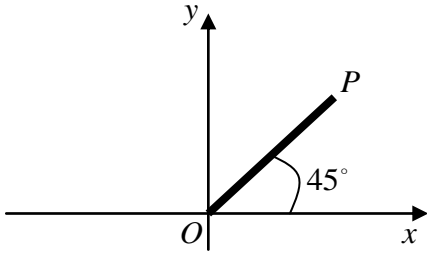
$$\text{同様に、} \cos 120^\circ = \frac{P\text{の}x\text{座標}}{OP\text{の長さ}} \text{ と定めます。}$$

$$OP = 2 \text{ とすると、} P\text{の}x\text{座標} = -1$$

$$\text{であることから、} \cos 120^\circ = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

- が つ き
ま す !!

$$\text{また、} \tan 120^\circ = \frac{P\text{の}y\text{座標}}{P\text{の}x\text{座標}} = \frac{\sqrt{3}}{-1} = -\frac{\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3}$$

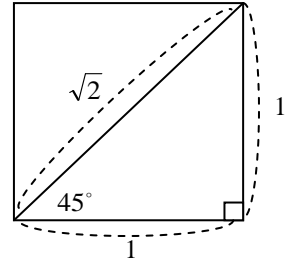


45° の場合、 $OP = \sqrt{2}$ とすると、後の計算が楽になります。

この場合、 P の x 座標 = 1

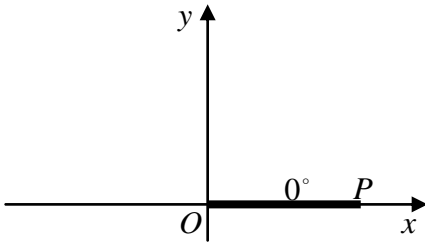
P の y 座標 = 1

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



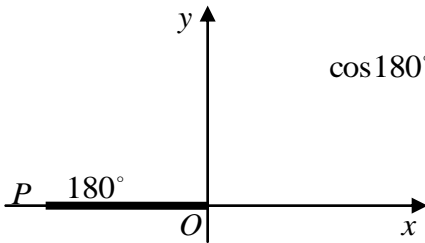
ここで、気が付いてほしいことがあります！！

0° より大きく 90° より小さい角については、直角三角形のときと同じ値になる。



0° の場合、 OP の長さに関わらず、

$$\cos 0^\circ = \frac{OP}{OP} = 1, \quad \sin 0^\circ = \frac{0}{OP} = 0$$

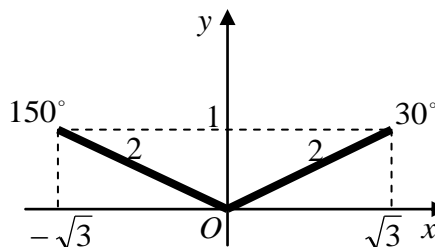
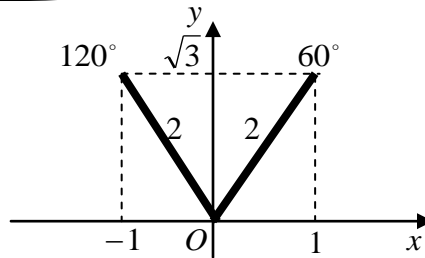
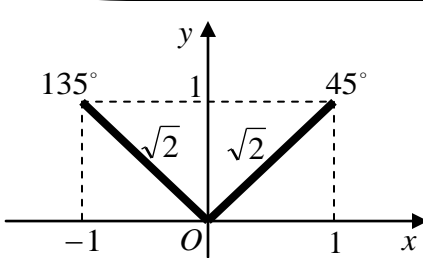


180° の場合も、 OP の長さに関わらず、

$$\cos 180^\circ = \frac{-OP}{OP} = -1, \quad \sin 180^\circ = \frac{0}{OP} = 0$$

OP の長さの取り方

次のようにとると、計算が楽です。



例題 4 の解説

ここでのポイント


いつでも、 $\boxed{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1}$ つまり、 $(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1$ が成り立つ。だから、 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ということが分っていたら、上の式を利用して、 $(\cos \theta)^2$ の値を計算することができる。この場合、 $(\cos \theta)^2 = \frac{9}{25}$ と計算することができる。

さて、次に $(\cos \theta)^2 = \frac{9}{25}$ から $\cos \theta$ を計算するときにはちょっと注意が必要で、

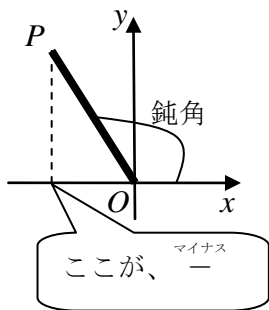
θ が鋭角 ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) のとき、 $\cos \theta = +\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$
 \cos 鋭角 > 0

θ が鈍角 ($90^\circ < \theta < 180^\circ$) のとき、 $\cos \theta = -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}$
 \cos 鈍角 < 0

さらに、 $\boxed{\tan \theta = \sin \theta \div \cos \theta}$ ですから、 $\boxed{\sin \theta}$ と $\boxed{\cos \theta}$ の値が分れば、 $\boxed{\tan \theta}$ の値も計算できることになります。

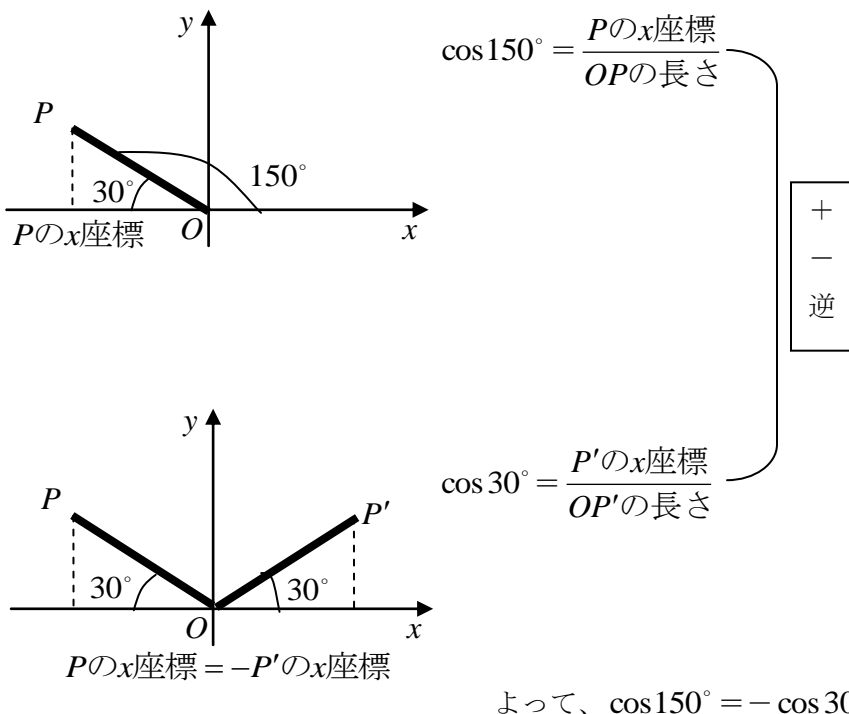
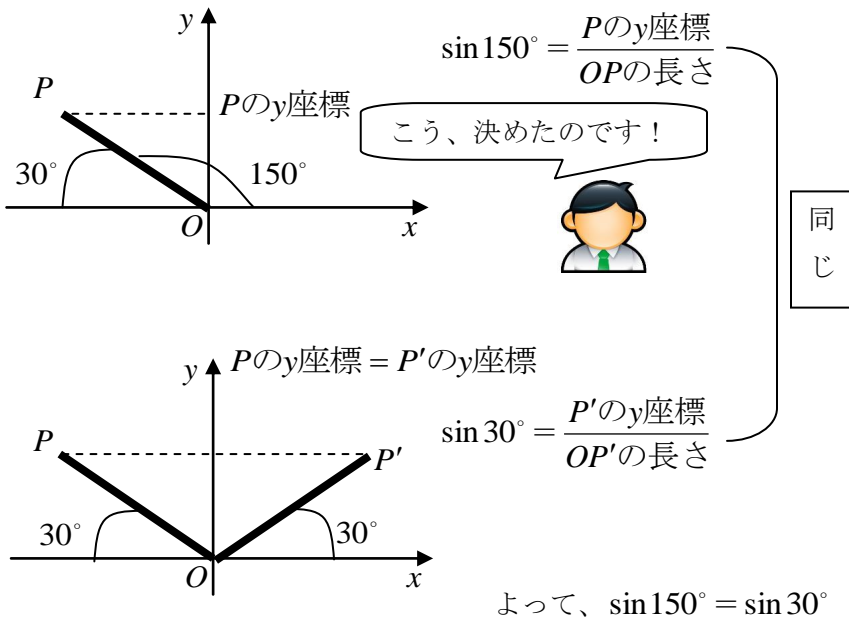
以上、図式化すると、

$\sin \theta = \frac{4}{5}$ と $\boxed{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1}$ → $(\cos \theta)^2 = \frac{9}{25}$



θ が鈍角	θ が鋭角
↓	↓
$\cos \theta = -\frac{3}{5}$	$\cos \theta = \frac{3}{5}$
	↓
$\tan \theta = \sin \theta \div \cos \theta$	
$\tan \theta$ の値が計算できる。	

例 4 の解説



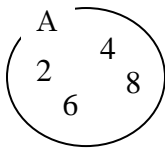
公式を覚えるのではなく、このように図を描いて考えましょう。

例1 解説

1桁の正の偶数を書き上げると、2, 4, 6, 8

1桁の正の偶数の集合をAとすると、 $A = \{2, 4, 6, 8\}$

これを、図でかくと



この記号 { } が必須!



問1 解説

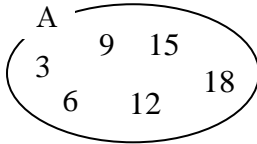
(1) 1以上20以下の3の倍数を書き上げると、

3, 6, 9, 12, 15, 18

1以上20以下の3の倍数の集合Aは、

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

これを、図でかくと



(2) 16の正の約数を書き上げると、

約数はペアになっている



$1 \times 16 = 16$

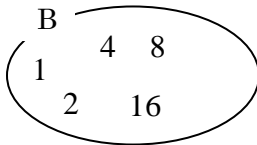


$2 \times 8 = 16$

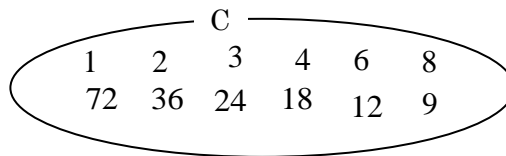
$4 \times 4 = 16$

16の正の約数の集合Bは、 $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$

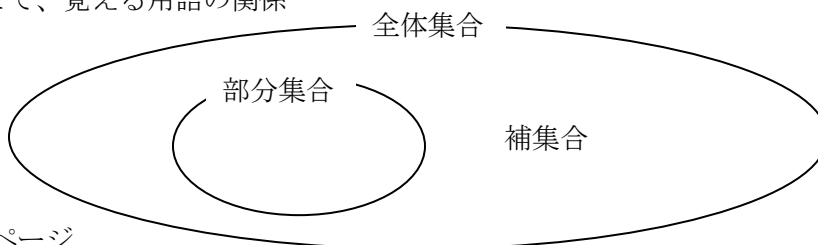
これを、図でかくと



おまけ 72の正の約数Cは、
図でかくと、



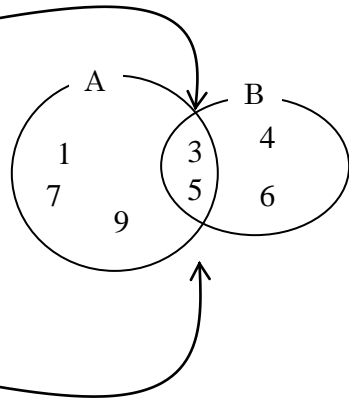
ここで、覚える用語の関係



教科書 p116

図のかきかた

$A = \{1, \boxed{3}, \textcircled{5}, 7, 9\}$ 、 $B = \{\boxed{3}, 4, \textcircled{5}, 6\}$



先に、共通部分を作図すると、
かきやすい。

部分集合についての注意事項

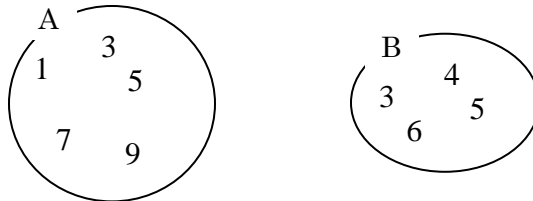
$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ とするとき、
 $A \subset A$ であり、 $A \supset A$ でもあります。

また、集合 A 、 B 、 C 、・・・と空集合 ϕ について、
 $\phi \subset A$ 、 $\phi \subset B$ 、 $\phi \subset C$ 、・・・

(空集合 ϕ とは、要素を1つも含まない集合→p116)

例3 解説

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 、 $B = \{3, 4, 5, 6\}$ を、
それぞれ図で表すと、

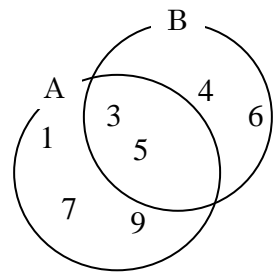


ここで、3、5が共通であることに注目して、
右図のようにかく。

この図の全体が

A と B の和集合で、

$A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$



読み方は、A カップ B



図の重なっている部分が

A と B の共通部分で、

$A \cap B = \{3, 5\}$ 読み方は、A キャップ B



ワンポイント

カップ \cup の中にはたくさん入る。キャップ \cap の上にはあまり乗りません。

「日本はいい国だ。」は命題ではない。・・・正しいかどうか判断がつかない。

「日本の人口は1億人を超えている。」は命題である。・・・正しいかどうか判断がつく。



真とは、完全に正しいこと
 ほんの少しでも間違いがあれば、**偽**
 つまり、ほとんど正しくても、1つでも間違いがあれば、偽です。

例4 解説

- (1) 「三角形の内角の和は 170° である」は、命題であり、偽である。
- (2) 「 $2 \times (-3) = -6$ 」は命題であり、真である。
- (3) 「 $3^2 + 4^2 = 7^2$ 」は、命題であり、偽である。
- (4) 「5は奇数である」は命題であり、真である。

問5 解説

(1) $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$ が、正しい命題。

これと似た正しい命題 $\rightarrow \sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3$
 9の平方根は、 ± 3 、など

- (3) 「 $5^2 + 1 \cdot 2^2 = 1 \cdot 3^2$ 」は、命題ですが、
 「 $5^2 + 1 \cdot 2^2 = x^2$ 」は、命題とはいわず、条件といいます。



次のような書き方にも注意しよう！

条件「 $5^2 + 1 \cdot 2^2 = x^2$ 」を p、条件「 $x = 1 \cdot 3$ 」を q とする。

このとき、条件 p を満たす x は、 $1 \cdot 3$

条件 q を満たす x は、 $1 \cdot 3$

おまけ 条件「 30° 、 100° 、 x° は三角形の3つの内角である」を r とする。

このとき、条件 r を満たす x は、50

例5 解説

(1) 命題「 $5x = -15 \Rightarrow x = -3$ 」は^{しん}**真**である。とは、

条件「 $5x = -15$ 」が成り立つような x 全てについて、

条件「 $x = -3$ 」が成り立つ

全て、と言ってもこの場合、1つしかない。



(3) 命題「 $x^2=4 \Rightarrow x=-2$ 」は真ではない。

なぜか、

条件「 $x^2=4$ 」を満たす全ての x は、 $x=2, -2$

このうち、「 $x=2$ 」は、これ

を満たさない。

これを、反例といいます。



真ではない命題を偽ぎといいます。

例6 解説

(1) 条件「自然数 n は偶数である」を p とすると、

ぴーばー、と読みます。

条件「自然数 n は偶数でない」を \bar{p} で表す。

これは、「自然数 n は奇数である」と同じこと。



よって、自然数 n について次の4つは同じ

- ・「自然数 n は偶数である」の否定
- ・「自然数 n は偶数である」
- ・「自然数 n は偶数でない」
- ・「自然数 n は奇数である」

(2) 次の4つは同じ

- ・「 $x > 2$ 」の否定
- ・「 $x > 2$ 」
- ・「 $x > 2$ でない」
- ・「 $x \leq 2$ 」



同様に、「 $x \geq 2$ 」の否定は、「 $x < 2$ 」

教科書 p119

「必要」、「十分」の使い方

P \Rightarrow . . . の形が	真 のとき	P は十分である
	偽 のとき	P は十分でない
. . . \Rightarrow P の形が	真 のとき	P は必要である
	偽 のとき	P は必要でない

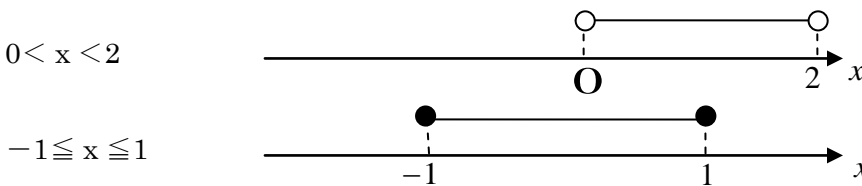
正確には、
 $x=2$ は
 $x^2=4$ であるための
十分条件である。

例7の解説：「 $x=2 \Rightarrow x^2=4$ 」は真 だから、 $x=2$ は十分条件である。↑

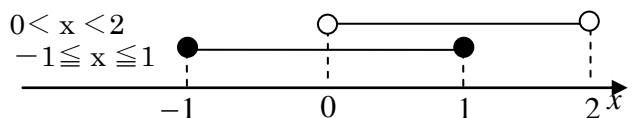
「 $x^2=4 \Rightarrow x=2$ 」は偽 (反例 $x=-2$) だから、 $x=2$ は必要条件ではない。

教科書 p120

次のような図の表し方も覚えておきましょう。

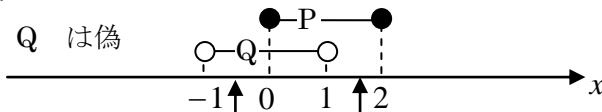


これらを1つの図に書くときは



例9 解説

$P \Rightarrow Q$ は偽



$Q \Rightarrow P$ は偽

この辺り、例えば -0.5 は
Q に含まれるが、P に含まれない

この辺り、例えば 1.5 は
P に含まれるが、Q に含まれない

2つの命題「 $P \Rightarrow Q$ 」、「 $Q \Rightarrow P$ 」がともに偽の場合、
必要条件とも、十分条件とも言わない



教科書 p121

対偶の前に、否定の否定について、

例えば、「分らなくはない」 = 「分る」の否定の否定 = 「分る」

これを否定の記号を使って書くと、「分らなくはない」 = 「分る」 = 「分る」

これより一般に、条件 p の否定は \overline{p} 、p の否定の否定は $\overline{\overline{p}} = p$

例10 解説

命題「 $x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$ 」が真であることは、容易に示せます。

しかし、命題「 $x^2 \neq 4 \Rightarrow x \neq 2$ 」が真か偽か、となると難しい。

こんなときは、

「対偶が真なら元の命題も真である」

を利用します。

さらに、「 $x^2 \neq 4$ 」 = 「 $x^2 = 4$ 」の否定、「 $x \neq 2$ 」 = 「 $x = 2$ 」の否定なので、

$$\overline{\overline{「x^2 \neq 4」}} = \overline{「x^2 = 4」}、\overline{\overline{「x \neq 2」}} = \overline{「x = 2」}$$

命題「 $x^2 \neq 4 \Rightarrow x \neq 2$ 」 ←

↓ ↑ 対偶

$$\overline{「x \neq 2」} \Rightarrow \overline{「x^2 \neq 4」}$$

↓ ↑ 書き換えて

$$「x = 2 \Rightarrow x^2 = 4」 \text{これが真なので}$$

元の命題

も真です。

教科書 p128

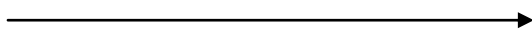
○データ処理の第一歩

まず、大まかに整理しましょう

A 班

3	10	7	14	5	9	15	0	9	18
0	8	11	10	15	19	6	23	13	5

このような場合、まず、大まかに整理



0	0
3	
5	5
6	
7	
8	
9	9
10	10
11	
13	
14	
15	15
18	
19	
23	

階級	度数
0 以上 4 未満	3
4~8	4
8~12	6
12~16	4
16~20	2
20~	1

○階級値の出し方

階級	階級値
0 以上 4 未満	$\frac{0+4}{2} = 2$
4~8	$\frac{4+8}{2} = 6$
...	...
...	...

階級	階級値
0 以上 5 未満	$\frac{0+5}{2} = 2.5$
5~10	$\frac{5+10}{2} = 7.5$
...	...
...	...

教科書 p129

○ヒストグラムのかき方

階級	度数
0 以上 4 未満	3
4~8	4
8~12	6
12~16	4
16~20	2
20~	1



塗りつぶしてなくてもOK

○相対度数分布表

階級	度数	相対度数
0以上4未満	3	$\frac{3}{20} = 0.15$
4~8	4	$\frac{2}{20} = 0.20$
8~12	6	
12~16	4	
16~20	2	
20~	1	
計	20	1.00

差が1となる度数の、相対度数が異なる値になるように、小数点以下の桁数を決める。

←ここが1.00になるように

教科書 p130

○平均値

教科書に書いてある通りです。

○中央値

例（奇数個） データを小さい順に並べたものが、次のような場合

0 0 3 5 5 6 7 8 9
↑この5 が中央値

まさに、真ん中



例（偶数個） データを小さい順に並べたものが、次のような場合

0 0 3 5 5 6 7 8 9 10

↑中央の2つの平均 $\frac{5+6}{2} = 5.5$ が中央値



真ん中がない場合は、中央2つの平均

教科書 p131

○最頻値

階級	度数
0以上4未満	3
4~8	4
8~12	6
12~16	4
16~20	2
20~	1

←度数の最大はこの6、

その階級値 $\frac{8+12}{2} = 10$ が最頻値

教科書 p132

○四分位数は、まず第2四分位数から

例（奇数個） データを小さい順に並べたものが、次のような場合

0 0 3 5 5 6 7 8 9

↑この5 が第2四分位数

これは、全体の中央値



さらに、

0 0 3 5 5 6 7 8 9

これらの

中央値が

第1四分位数

$$\frac{0+3}{2} = 1.5$$

これらの

中央値が

第3四分位数

$$\frac{7+8}{2} = 7.5$$

例（偶数個） データを小さい順に並べたものが、次のような場合

0 0 3 5 5 6 7 8 9 10

やはり、全体の中央値



中央の2つの平均 $\frac{5+6}{2} = 5.5$ が第2四分位数

さらに、

0 0 3 5 5 6 7 8 9 10

これらの

中央値が

第1四分位数

3

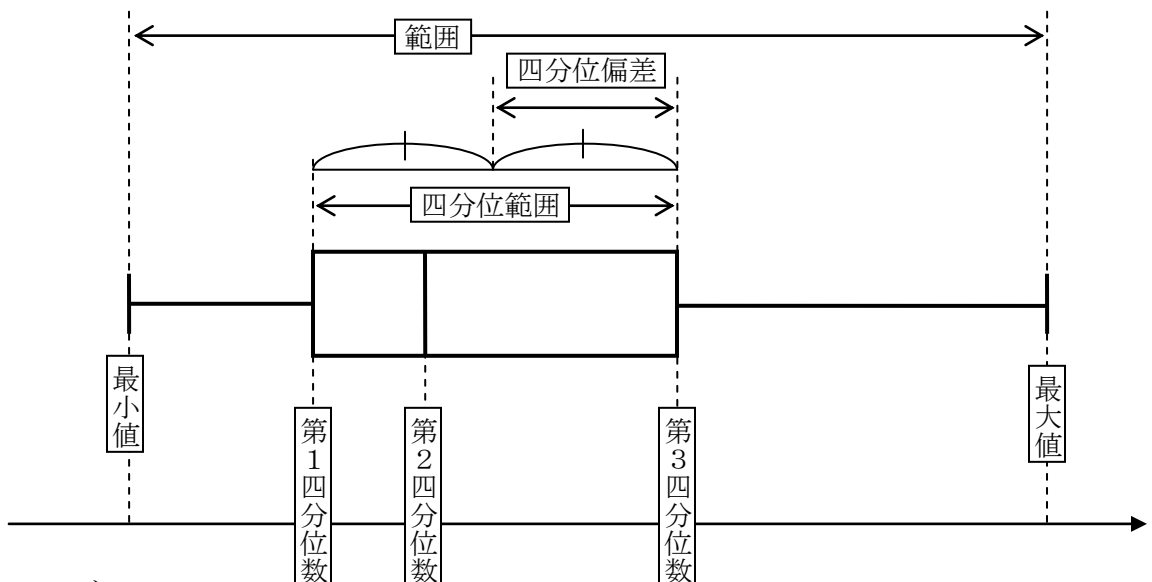
これらの

中央値が

第3四分位数

8

○箱ひげ図における、範囲・四分位範囲・四分位偏差 は図で覚えちゃいましょう！



教科書 p134

○データ・平均・分散・標準偏差

分散の意義について

A君のテストの結果

国語	社会	数学	理科	英語
200	200	0	0	100

得点にばらつきがある。

B君のテストの結果

国語	社会	数学	理科	英語
100	100	100	100	100

得点にばらつきがない。

$$Aの平均は、\frac{200+200+0+0+100}{5}=100 \quad Bの平均は、\frac{100+100+100+100+100}{5}=100$$

AもBも平均は同じだが、

Aの分散は、

$$\begin{aligned} & \frac{(200-100)^2 + (200-100)^2 + (0-100)^2 + (0-100)^2 + (100-100)^2}{5} \\ &= \frac{100^2 + 100^2 + (-100)^2 + (-100)^2 + 0^2}{5} = \frac{10000 + 10000 + 10000 + 10000 + 0}{5} \\ &= \frac{40000}{5} = 8000 \end{aligned}$$

Bの分散は、

$$\frac{(100-100)^2 + (100-100)^2 + (100-100)^2 + (100-100)^2 + (100-100)^2}{5} = 0$$

Aは、Bよりばらつきが大きい。つまり、散らばり具合が大きい。

ばらつきの大きさは、分散の大きさで測れる。

教科書 p136

教科書に詳しい説明があります。

補足

正の相関について、0~0.2 ほとんど相関なし

0.2~0.4 弱い相関

0.4~0.7 比較的強い相関

0.7~1 強い相関

と判定するのが一般的です。

著作・発行・印刷

寺田 義剛

松阪高校通信制数学科

定価

priceless

初版

平成29年3月31日