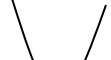


1 先ず、次の事実を常識とすること。


$y = x^2$ 、 $y = 2x^2$ 、 $y = (x-4)^2 + 2$ 、 $y = 3(x+1)^2 - 6$ などには、共通点があつて、
形は  で、左右対称な形になっている。

これが、頂点

また、 $x^2 \geq 0$ 、 $2x^2 \geq 0$ 、 $(x-4)^2 \geq 0$ 、 $3(x+1)^2 \geq 0$

したがつて、 $y = x^2 \geq 0$ 、 $y = 2x^2 \geq 0$ 、 $y = (x-4)^2 + 2 \geq 2$ 、 $y = 3(x+1)^2 - 6 \geq -6$

y の値は 2 以上、すなわち、最小値が 2 ということです。
このとき、 $x = 4$ です。

$y = -x^2$ 、 $y = -3x^2$ 、 $y = -2(x+7)^2 + 3$ 、 $y = -3(x+1)^2 - 6$ などにも共通点があつて、
形は、 で、左右対称な形になっている。

これが、頂点

$-x^2 \leq 0$ 、 $-3x^2 \leq 0$ 、 $-2(x+7)^2 \leq 0$ 、 $-3(x+1)^2 \leq 0$

したがつて、 $y = -x^2 \leq 0$ 、 $y = -3x^2 \leq 0$ 、 $y = -2(x+7)^2 + 3 \leq 3$ 、 $y = -3(x+1)^2 - 6 \leq -6$

y の値は 3 以下、すなわち、最大値が 3 ということです。
このとき、 $x = -7$ です。

その上で、以下の問題を考えていきましょう。

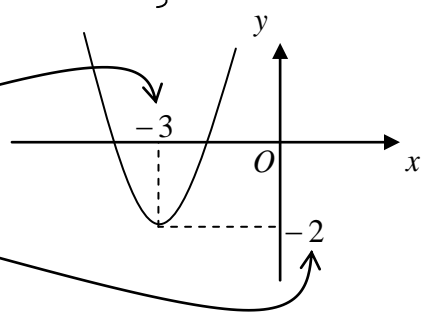
① $y = (x+3)^2 - 2$ の **グラフのベース** のかき方手順

- 1) $x+3=0$ となる x の値を求める。 $x =$
- 2) このときの y の値を求める。 $y =$
- 3) グラフの形は、

これで、頂点が分る！

⇒ **グラフのベース** をかく。(右の図)

このグラフから、 $x = -3$ のとき、最小値は $y = -2$

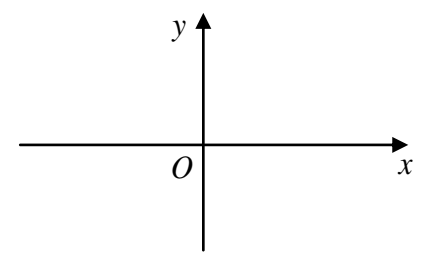


② も同様にやってみよう。

- 1) $x-1=0$ となる x の値を求める。 $x =$
- 2) このときの y の値を求める。 $y =$
- 3) グラフの形は、

⇒ **グラフのベース** をかく。(右の図)

このグラフから、 $x =$ のとき、最小値は $y =$



③ まず、式の変形です。 $x^2 + 4x$ の変形の仕方は、次の公式を利用します。

$$x^2 + 2 \times x \times \square + \square^2 = (x + \square)^2$$

$$x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = (x+2)^2 \text{ ですから、}$$

$$x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$$

この両辺に 2 をたすと、

$$x^2 + 4x + 6 = (x+2)^2 + 2$$

よつて、 $y = x^2 + 4x + 6$ は $y = (x+2)^2 + 2$ と変形できます。

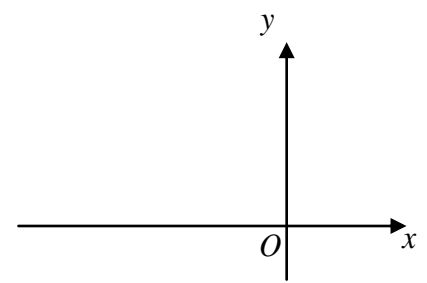
変形にはやや時間がかかりますが、気にすることはありません、みんなそうですから、

そこで、①と同様に、

- 1) $x+2=0$ となる x の値を求める。 $x =$
- 2) このときの y の値を求める。 $y =$
- 3) グラフの形は、

⇒ **グラフのベース** をかく。(右の図)

このグラフから、 $x =$ のとき、最小値は $y =$



④ $y = -x^2 - 2x + 1$ については、まず、 $-x^2 - 2x$ の変形の仕方から
公式 $x^2 + 2 \times x \times \square + \square^2 = (x + \square)^2$ 、や $x^2 - 2 \times x \times \square + \square^2 = (x - \square)^2$
を使うためには、 $-x^2 - 2x$ という形ではまずい。そこで、
 $-x^2 - 2x = -(x^2 + 2x)$ と変形してから、 $x^2 + 2x$ の変形をするんです。

$x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$ ですから、 $x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$ つづきは裏へ

$x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$ ですから、 $-x^2 - 2x = -(x+1)^2 + 1$ です。

したがって、 $-x^2 - 2x + 1 = -(x+1)^2 + 2$

よって、 $y = -x^2 - 2x + 1$ は、 $y = -(x+1)^2 + 2$ と変形できました。

あとは、②と同様に、

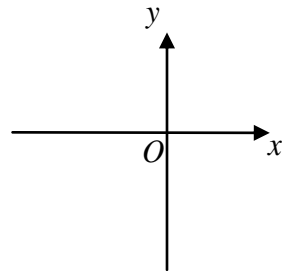
1) $x+1=0$ となる x の値を求める。 $x =$

2) このときの y の値を求める。 $y =$

3) グラフの形は、



⇒ **グラフのベース**をかく。(右の図)



このグラフから、 $x =$ のとき、最小値は $y =$

2

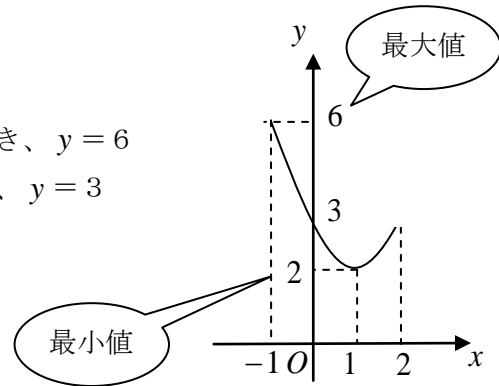
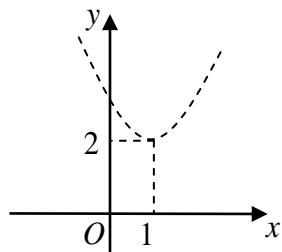
① 先ず、**グラフのベース**をかきましょう。

頂点は、(1, 2) で、グラフの形は

よって、**グラフのベース**は さらに、

$x = -1$ のとき、 $y = 6$

$x = 2$ のとき、 $y = 3$



② ①と同様にやってみましょう。

③ $y = 2x^2 - 4x + 1 = y = 2(x^2 - 2x) + 1$ ですから、 $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ を利用します。

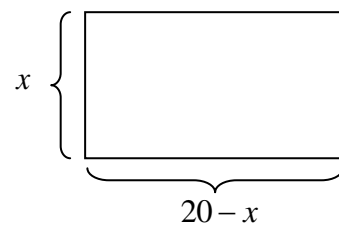
$$2x^2 - 4x + 2 = 2(x-1)^2$$

よって、 $y = 2x^2 - 4x + 1 = 2(x-1)^2 - 1$ です。あとは、①と同様です。

3 図を描いて考えましょう。

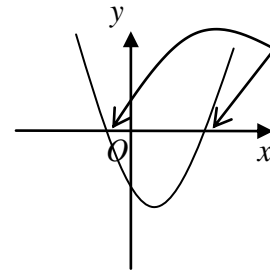
(縦の長さ)+(横の長さ)=(40の半分)ですから、右図のような面積を y とすると、 $y = x(20-x)$

このとき、 $0 < x < 20$ に気を付けてグラフを描いて考える。



4 やはり、**グラフのベース**を描いて考えましょう。

① 変形はやや面倒ですが、 $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$ と変形できて、



これが、グラフと x 軸の共有点

y が 0 になる点であるから、 $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$ で $y = 0$ として、

$$0 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \quad \text{で、} \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \quad \text{で、} \quad x - \frac{1}{2} = \pm \frac{3}{2} \quad \text{で、} \quad x = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$$

よって、 $x = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}, \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 2, -1$ これが答え

次のようなやり方もあります。

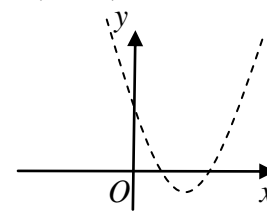
$y = 0$ として、(ここまでは同じ) $x^2 - x - 2 = 0$ で $(x+1)(x-2) = 0$ で、 $x = 2, -1$

②③も **グラフのベース**を描いてから考えましょう。(計算だけだと、何をしているのか分からなくなってしまう)

5 やはり、**グラフのベース**を描いて考えましょう。

① $y = x^2 - 3x + 2$ のグラフを描いて考えます。

$y = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ と変形できますから、



さて、 $x^2 - 3x + 2 > 0$ を解く、とは、

$x^2 - 3x + 2 > 0$ を満たす x の範囲を求めること

つまり、(ここが肝心) $y > 0$ を満たす x の範囲を求めること

ここで、グラフを見て考える。

$y > 0$ を満たす x の範囲は、 の部分。

そこで、この値が必要になる。

で、 $y = 0$ つまり、 $x^2 - 3x + 2 = 0$

をといて、 $(x-1)(x-2) = 0$ で、 $x = 1, 2$

求める範囲は、1の左側 と 2の右側

これを式で書くと、 $x < 1, 2 < x$

②③④も同様。

6 これも、**グラフのベース**を描いて考えれば分ります。計算だけでやっても答えは出せますが、訳が分からなくなるかもしれませんので注意して下さい。紙面が足りないなので、詳細は省略します。

